Aptitude Topics

Reasoning

సంఖ్యలు (Numbers)

అంకెలు: 0 నుంచి 9వరకు ఉన్న పరిమాణాలను అంకెలు అంటారు.

ఉదా: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

సంఖ్యలు: 10 నుంచి అనంత పరిమాణం ఉన్న వాటిని సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదా: 10 నుంచి ∞ (అనంతం).

సంఖ్యలను అంకెల ఆధారంగా రాస్తారు.

సంఖ్యల రకాలు

1. సహజ సంఖ్య (N): గణించడానికి ఉపయోగించే సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు.

సహజ సంఖ్య సమితిని 'N' తో సూచిస్తారు.

N = { 1, 2, 3, 4, 5,..... అనంతం }

సహజ సంఖ్యల్లో మిక్కిలి చిన్నది - 1. సహజ సంఖ్యల్లో మిక్కిలి పెద్ద సంఖ్యను నిర్వచించడం సాధ్యం కాదు.

2. పూర్ణాంకాల సమితి (W): సహజ సంఖ్య సమితికి 0 చేరిస్తే అది పూర్ణాంక సమితి అవుతుంది.

పూర్ణాంక సమితిని 'W' తో సూచిస్తారు.

W = { 0, 1, 2, 3, 4, 5,.... }

పూర్ణాంక సమితిలో అతి చిన్న విలువ 0 (సున్నా). పూర్ణాంక సమితిలో అతి పెద్ద విలువ నిర్వచించలేం.

3. పూర్ణ సంఖ్యలు (Z): 1 హారంగా ఉన్న అకరణీయ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణసంఖ్యలు.

పూర్ణసంఖ్యల సమితిని 'Z' తో సూచిస్తారు.

Z = { ..... 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

పూర్ణ సంఖ్యలు 3 భాగాలు. అవి:

1. రుణ పూర్ణసంఖ్యలు
2. సున్నా (0)
3. ధన పూర్ణసంఖ్యలు

1. రుణ పూర్ణ సంఖ్యలు = { .... - 5, - 4, - 3, - 2, - 1 }

2. సున్నా - { 0 }

3. ధన పూర్ణసంఖ్యలు = { 1, 2, 3, 4, 5, 6,.... అనంతం }

Note: ¤ సున్నా రుణ పూర్ణ సంఖ్య కాదు, ధన పూర్ణ సంఖ్య కాదు.

¤ సున్నా, ధన పూర్ణ సంఖ్యలు కలిపి పూర్ణాంకాలు అవుతాయి.

¤ పూర్ణసంఖ్యల్లో మధ్యమ సంఖ్య 0 (సున్నా).

¤ పూర్ణ సంఖ్యల్లో అతి చిన్న లేదా అతి పెద్ద సంఖ్యను నిర్వచింపలేం.

¤ సున్నాకు ముందు పూర్ణాంకం లేదు.

4. అకరణీయ సంఖ్యలు (Q): హారంలో 0 ఉండని, లవంలోనూ, హారంలోనూ పూర్ణ సంఖ్యల ఉన్న అన్ని భిన్నాలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.

అకరణీయ సంఖ్యల సమితిని Q తో సూచిస్తారు.

ఉదా: $Q=\left\{\frac{-3}{2},0,7,\frac{4}{9},\ldots\frac{11}{5},\ldots\frac{123}{8},\ldots\right\}$

Note: ¤ రెండు వరుస అకరణీయ సంఖ్యలు ఉండవు.

¤ రెండు వరుస పూర్ణసంఖ్యల మధ్య అనంతమైన అకరణీయ సంఖ్యలు ఉంటాయి.

¤ దశాంశ పద్ధతిలో అకరణీయ సంఖ్యలు 2 రకాలు:

(i) అంతమయ్యే దశాంశం

ఉదా: (i) $\frac{10}{4}=2.5$

(ii) = $\frac{1}{4}=0.25$

(ii) అంతంకాని ఆవర్తిత దశాంశం

ఉదా: (i) $\frac{2}{3}=0.66666....=0.\bar{6}$

(ii) $\frac{111}{90}=1.23333...=1.2\bar{3}$

దశాంశ అవధి: ఒక దశాంశంలో మళ్లీ, మళ్లీ అంతం లేకుండా వచ్చే అంకెల సంఖ్యను ఆ దశాంశ అవధి అంటారు.

ఉదా: (i) $12.3\overline{45}$ లో అవధి = 2

(ii) $1.2\bar{3}$ లో అవధి = 1

దశాంశ వ్యవధి: ఒక దశాంశంలో మళ్లీ, మళ్లీ అంతం లేకుండా వచ్చే అంకెల సమూహాన్ని వ్యవధి అంటారు.

ఉదా: (i) $12.3\overline{45}$ లో వ్యవధి = 45

(ii) $1.2\bar{3}$ లో వ్యవధి = 3

5. కరణీయ సంఖ్యలు (Q'): p/q రూపంలో రాయలేని సంఖ్యలను కరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.

¤ కరణీయ సంఖ్యలను Q' తో సూచిస్తారు.

ఉదా: $Q'=\left\{\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{6},\sqrt{7},\ldots\right\}$

¤ కరణీయ సంఖ్యలను వర్గమూలం లేని సంఖ్యలు అంటారు.

6. వాస్తవ సంఖ్యలు (R): సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు, పూర్ణసంఖ్యలు, అకరణీయ సంఖ్యలు, కరణీయ సంఖ్యలను కలిపి వాస్తవ సంఖ్యలు అంటారు. వాస్తవ సంఖ్యలను 'R' తో సూచిస్తారు.

ఉదా: R = { N U W U Z U Q U Q' }

7. కల్పిత సంఖ్యలు (i): రుణ సంఖ్యలకు వర్గమూలాలను కనుక్కునేటప్పుడు ఏర్పడేవి కల్పిత సంఖ్యలు.
వీటిని ఊహా సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదా: $\sqrt{-4}=\sqrt{(4)\times(-1)}=2\sqrt{-1}$

$\Rightarrow 2\sqrt{i^2}=2i\left(\because i^2=-1\Rightarrow i=\sqrt{-1}\right)$

8. సరిసంఖ్యలు: '2' తో నిశ్శేషంగా భాగించబడే (శేషం సున్నా వచ్చే) సంఖ్యలను సరిసంఖ్యలు అంటారు.

ఉదా: 2, 4, 6, 8, ... 42348,..... 1159846,......

* పై విలువలను '2' తో భాగించినప్పుడు శేషం సున్నా వస్తుంది. కాబట్టి పై విలువలు సరి సంఖ్యలు.

* సరిసంఖ్యల సాధారణ రూపం = 2n.

* మొదటి 'n' సరిసంఖ్యల మొత్తం = n(n+1)

9. సంఖ్యలు: ఏదైనా అంకె లేదా సంఖ్యను '2' తో భాగించినప్పుడు శేషం 1 వస్తే అలాంటి అంకె లేదా సంఖ్యను బేసి సంఖ్య అంటారు.

ఉదా: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... 14351,..... 9084733,.......

* బేసి సంఖ్య సాధారణ రూపం: (2n + 1)

* మొదటి 'n' బేసి సంఖ్యల మొత్తం = n2

10. సంయుక్త సంఖ్యలు: రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలున్న సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదా: సంయుక్త సంఖ్యలు = 4, 6, 8, 9, 10, 12.......

* 100 వరకు ఉన్న సంయుక్త సంఖ్యల సంఖ్య = 74.

11. ప్రధాన సంఖ్యలు: 1 తోనూ, అదే సంఖ్యతోనూ నిశ్శేషంగా భాగించబడే సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదా: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

* 100 వరకు ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యల సంఖ్య = 25

(i) కవల ప్రధాన సంఖ్యలు: 2 భేదంగా ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యల జతలను కవల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదా: (3, 5), (5, 7) (11, 13) ....

* 100 లోపు ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యల్లో కవల ప్రధాన సంఖ్యల జతలు - 8.

* పక్క పక్క సంఖ్యలే ప్రధాన సంఖ్యలుగా ఉన్న వాటిని వరుస ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

* 2, 3 మాత్రమే వరుస ప్రధాన సంఖ్యలు

(ii) సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు: ఏవైనా రెండు సంఖ్యలకు 1 మినహా వేరే కారణాంకాలు లేకపోతే అలాంటి వాటిని సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

ఉదా: (3, 7) (4, 11) (8, 9) ....

12. పరిపూర్ణ సంఖ్య: ఏదైనా ఒక సంఖ్యకు సంబంధించిన కారణాంకాల మొత్తం, ఆ సంఖ్యకు రెట్టింపైతే ఆ సంఖ్యను పరిపూర్ణ సంఖ్య అంటారు.

ఉదా: మొదటి పరిపూర్ణ సంఖ్య 6.

రెండో పరిపూర్ణ సంఖ్య 28.

పోటీ పరీక్షలకు గుర్తించుకోవాల్సిన ముఖ్యమైన విలువలు:

సంకలనం అంటే కూడిక.

వ్యవకలనం అంటే తీసివేత.

¤ K సంకలన విలోమం = - K

¤ K గుణకార విలోమం = $\frac{1}{K}$

సరి సంఖ్య + సరి సంఖ్య = సరి సంఖ్య ఉదా: 1432 + 524 = 1956

బేసి సంఖ్య + బేసి సంఖ్య = సరి సంఖ్య ఉదా: 13521 + 4567 = 18088

సరి సంఖ్య × సరి సంఖ్య = సరి సంఖ్య ఉదా: 16 × 8 = 128

సరి సంఖ్య × బేసి సంఖ్య = సరి సంఖ్య ఉదా: 16 × 15 = 240

బేసి సంఖ్య × బేసి సంఖ్య = బేసి సంఖ్య ఉదా: 15 × 7 = 105

సరి సంఖ్య × సరి సంఖ్య × సరి సంఖ్య = సరి సంఖ్య ఉదా: 114 × 152 × 254 = 4401312

బేసి సంఖ్య × బేసి సంఖ్య × బేసి సంఖ్య = బేసి సంఖ్య ఉదా: 251 × 563 × 143 = 20207759

వరుస సరి సంఖ్యల వర్గాల మధ్య భేదం సరి సంఖ్య అవుతుంది.

వరుస బేసిసంఖ్యల వర్గాల మధ్య భేదం సరి సంఖ్య అవుతుంది.

ముఖ్యమైన సూత్రాలు: i) మొదటి 'n సహజ సంఖ్యల మొత్తం = $\frac{n(n+1)}{2}$

ii) మొదటి 'n సహజ సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

iii) మొదటి 'n సహజ సంఖ్యల ఘనాల మొత్తం = $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

బీజీయ సూత్రాలు: 1) (a+b)2 = a2 + b2 + c2

2) (a - b)2 = a2 + b2 + c2

3) (a+b)2 + (a-b)2 = 2 (a2+b2)

4) (a+b)2 - (a-b)2 = 4ab

5) (a+b) (a-b) = a2- b2

6) (a+b)3 = a3+b3+3ab(a+b)

7) (a-b)3 = a3- b3- 3ab (a-b)

8) (am)n = amn

9) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

10) am × an = am+n

సూక్ష్మీకరణలు (Simplifications)

క్లిష్టమైన భిన్నాలను లేదా భావనలను ఒక చిన్న భిన్నంగా లేదా సంఖ్యగా మార్చే పద్ధతిని 'సూక్ష్మీకరణం' అంటారు.

V - Virnaculum (or) Bar గీత కింది భాగాన్ని మొదట పరిష్కరించాలి.

B - Brackets - (1) - {2} - [3]

O - of - అంటే గుణకారంగా తీసుకోవాలి (×)

D - Division -భాగహారం (÷)

M - Multiplication - గుణకారం (×)

A - Addition - కూడిక (+)

S - Subtraction - తీసివేత (-)

Modulus of a Real Number: Modulus of a real number 'a' is defined as

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ if } a > 0 \\ -a, \text{ if } a < 0 \end{cases}$$

అయితే $|5| = 5, |-5| = (-5) = 5$

1. 100 + 50 × 2 = ?

జ: 200

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలోని జవాబును సాధించేందుకు విద్యార్థులు సాధారణంగా 100 + 50 = 150 ని 2 తో గుణించి 300 అని చెప్పడానికి ఎక్కువ అవకాశాలున్నాయి. కానీ, ఇక్కడ పైన చెప్పిన విధంగా అదే order ను అనుసరించాలి. ఇచ్చిన ప్రశ్నలో ×, + రెండు గుర్తులు ఉన్నాయి. కాబట్టి ముందుగా గుణించి వచ్చిన దానికి మిగిలిన భాగాన్ని కలపాలి. 100 + 100 = 200 అవుతుంది.

2. 7500 + (1250 ÷ 50) = ?

జ: 7525

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో ముందుగా బ్రాకెట్‌లోని భాగాన్ని సాధించాలి. తర్వాత వచ్చిన దాన్ని కలపాలి.

1250 ÷ 50 = $\frac{1250}{50}$ = 25

7500 + 25 = 7525 అవుతుంది

3. 1001 ÷ 11 of 13 విలువ ఎంత?

జ: 7

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో ముందుగా of అంటే × కాబట్టి ఆ రెండింటిని గుణించి వచ్చిన దానితో భాగించాలి.

1001 ÷ 11 of 13 = 1001 ÷ 11 × 13

= 1001 ÷ 143

= 7 అవుతుంది.

4. $\frac{(6+6+6+6) \div 6}{4+4+4+4 \div 4}$ కు సమాన విలువ-

జ: $\frac{4}{13}$

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో లవంలో బ్రాకెట్ ఉంది. కాబట్టి మొదట దాన్ని పరిష్కరించాలి. తర్వాతహారంలో భాగహారం, కూడిక ఉంది.

కాబట్టి ముందుగా భాగహారం చేసిన తర్వాత విలువ సంఖ్యను కలపాలి. (6+6+6+6) = 24 లవం తర్వాత భాగహారం = $\frac{24}{6}$ = 4

హారం 4+4+4+ $\frac{4}{4}$ = 4+4+4+1 = 13

$\frac{\text{లవం}}{\text{హారం}} = \frac{4}{13}$ అవుతుంది

5. 2 - [2 -{ 2 - 2 (2+2)}] = ?

జ: - 6

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో 3 రకాల బ్రాకెట్లు ఉన్నాయి. కాబట్టి ముందు చేసిన విధంగా (1), {2}, [3] లను పరిష్కరించాలి.

= 2- [2- {2-2 (2+2)}]

= 2- [2- {2- 2 × 4}]

= 2- [2- {2-8}]

= 2- [2-(-6)]

= 2- [2+6]

= 2 - 8 = - 6 అవుతుంది.

6. $18- [5- \{6+2 (7- \overline{8-5})\}]$ను సూక్ష్మీకరిస్తే వచ్చే విలువ ఎంత?

జ: 27

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో ముందుగా Virnaculum తర్వాత brackets అంటే (1), {2}, [3] చేయాలి.

= 18 - [5- {6+2 (7-3)}]

= 18 - [5- {6+2 × 4}]

= 18 - [5- {6+8}]

= 18 - [5-14%]

= 18 - [-9]

= 18 + 9

= 27 అవుతుంది

7. 37 $\frac{1}{2}$ లో ఎన్ని $\frac{1}{8}$ లు ఉన్నాయి?

జ: 300.

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో 37 $\frac{1}{2}$ అనేది మిశ్రమ భిన్నం. ముందుగా దాన్ని P/Q రూపంలోకి మార్చాలి. తర్వాత $\frac{1}{8}$ తో భాగిస్తే అందులో ఎన్ని $\frac{1}{8}$ లు ఉన్నాయో తెలుసుకోవచ్చు.

$$= \frac{37\,{}^1\!/_2}{{}^1\!/_8} = \frac{{}^{75}\!/_2}{{}^1\!/_8} = \frac{75}{2} \times \frac{8}{1} = 300$$

8. $X \oplus Y = X^2 + 2Y, 4 \oplus (3 \oplus P) = 50$ అయితే p విలువ ఎంత?

జ: 4

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో ముందుగా $X \oplus Y = X^2 + 2Y$ ఇస్తే

అదేవిధంగా $3 \oplus P$ అంటే = $(3)^2 \oplus 2P$ = (9+2p)

తర్వాత $4 \oplus$(9 +2p)=50

(4)2 +2 (9+2p) = 50

16 + 18+4p = 50

34 + 4p = 50

4p = 50-34=16

p = $\frac{16}{4}$ = 4

9. $\frac{X}{5} - \frac{X}{6}$ =4 అయితే x విలువ ఎంత?

జ: 120

వివరణ: $\frac{X}{5} - \frac{X}{6}$ =4

$\frac{6x-5x}{30}$ =4

= x=4 × 30

x = 120

10. a+b+c = 13, a2+b2+c2 = 69 అయితే ab+bc+ca విలువ ఎంత?

జ: 50

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో a+b+c = 13. దానినుంచి ab+bc+ca కనుక్కోవాలంటే రెండువైపులా వర్గం చేయాలి.

(a+b+c)2 = (13)2

a2+b2+c2 +2 (ab+bc+ca) = 169 ఇందులో

a2+b2+c2 విలువను ప్రతిక్షేపిస్తే

69+2 (ab+bc+ca) = 169

2(ab+bc+ca) = 169 - 69 = ab+bc+ca = $\frac{100}{2}$ = 50

11. ఒక పాఠశాలలో ఒక్కో సెక్షన్‌లో 24 మంది విద్యార్థులున్నారు. కొంతమంది కొత్త విద్యార్థులు వచ్చి పాఠశాలలో చేరిన తర్వాత అదనంగా మూడు కొత్త సెక్షన్లు ప్రారంభించారు. ప్రస్తుతం ఆ పాఠశాలలో 16 సెక్షన్లున్నాయి. ఒక్కోదానిలో 21 మంది విద్యార్థులున్నారు. అయితే కొత్తగా వచ్చి చేరినవారు ఎందరు?

జ: 24

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో ముందుగా పాఠశాలలో ముందు ఉన్న సెక్షన్లు = (16 - 3) = 13.

అప్పుడు ఒక్కో సెక్షన్‌కు 24 మంది ఉన్నారు. అంటే ముందు ఉన్న విద్యార్థులు = 13 × 24 = 312 మంది.

ప్రస్తుతం 3 కొత్తవి అంటే ఇప్పుడు పాఠశాలలో ఉన్న సెక్షన్లు = 13+3 = 16.

ఒక్కొక్కదానిలో 21 మంది అంటే = 16 × 21 = 336

కొత్తగా వచ్చి చేరినవారు = 336 - 312 = 24

12. ఒక వ్యక్తి వద్ద కొన్ని కోళ్లు, ఆవులు ఉన్నాయి. మొత్తం తలకాయల సంఖ్య 48, మొత్తం కాళ్ల సంఖ్య 140కి సమానం. అయితే అతడి వద్ద ఎన్ని కోళ్ళు ఉన్నాయి?

జ: 26

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో ఆ వ్యక్తి దగ్గర ఉన్న కోళ్లు x, ఆవులు y అనుకుంటే

x + y = 48 .... (1)

కోడికి 2 కాళ్లు, ఆవుకు 4 కాళ్లు ఉంటాయి x ను 2 తో, y ని 4 తో గుణించి కాళ్ల సంఖ్యను సమానం చేయాలి.

2x = 4y = 140 .... (2)

(1) & (2) సమీకరణాలను సాధిస్తే

4(x+y = 48)

1(2x+4y=140)

4x + 4y = 192

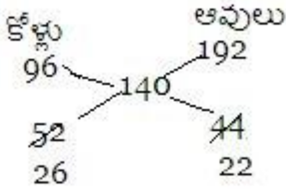
-2x + -4y = -140 (తీసివేస్తే)

2x = 52

$x = \frac{52}{2}$ = 26 అవుతుంది.

ఇందులో మనకు కాళ్ల సంఖ్య కావాలంటే y విలువను సమానం చేయాలి.

Shortcut: 48 × 2 = 96   48 × 4 = 192



కోళ్లు 26 ఆవులు 22 అతడి వద్ద మొత్తం తలకాయలు 48 అవుతాయి.

13. 10 కుర్చీల కొన్న ధర 4 టేబుళ్ల కొన్న ధరకు సమానం. 15 కుర్చీలు, 2 టేబుళ్లను కలిపి కొన్న ధర రూ. 4000 అయితే 12 కుర్చీలు, 3 టేబుళ్లను కలిపి కొన్న ధర ఎంత?

జ: రూ. 3900

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో కుర్చీ కొన్న ధర x, టేబుల్ కొన్న ధర y అనుకోండి.

$10x = 4y \Rightarrow y = \frac{10x}{4}$ $y = \frac{5x}{2}$

15x + 2y = 4000 ఇందులో y విలువను ప్రతిక్షేపిస్తే

$$15x + 2\frac{(5x)}{2} = 4000$$

$$20x = 4000$$

$$x = \frac{4000}{20} = 200$$

$$y = \frac{5(200)}{2} = 500$$

(100)

12 కుర్చీలు + 3 టేబుళ్లు = 12 × 200 + 3 × 500

= 2400 + 1500 = 3900.

14. $\frac{x^2-1}{x+1}$ = 4 అయితే x విలువ ఎంత?

జ: 5

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో లవాన్ని మార్చి విలువను కనుక్కోవాలి.

$$\frac{x^2-1^2}{x+1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)}$$

$$\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)} = 4$$

x - 1 = 4

x = 5.

సరాసరి (Averages)

¤ ఒక తరగతిలోని విద్యార్థుల దగ్గర వివిధ పరిమాణాల్లో చాక్లెట్లు ఉన్నప్పుడు ఆ విద్యార్థులందరికీ వాటిని సమానంగా పంచిన పరిమాణాన్నే ఆ చాక్లెట్ల సరాసరి అంటారు.

స్వాతంత్ర్య దినోత్సవ సందర్భంగా ఒక్కో విద్యార్థికి ఒక్కో మిఠాయి ఇస్తే అక్కడ ఒక మిఠాయి అనేది సరాసరి అవుతుంది (సమానంగా పంచిన విలువ కాబట్టి).

ఒక కర్మాగారంలో 2000 మంది కార్మికులు ఉన్నారు. వారందరికీ పండగ సందర్భంగా మొత్తం రూ. 50000 నెలకు బోనస్ ఇచ్చారు. అప్పుడు వారందరికీ సమానంగా పంచగల సొమ్మును తెలపండి. (సమానంగా పంచే సొమ్మునే సరాసరి సొమ్ము లేదా ఒక్కొక్కరికి ఇచ్చిన సొమ్ము అంటారు).

50000 $\rightarrow$ మొత్తం పంచాల్సిన సొమ్ము (రాసుల మొత్తం)

2000 $\rightarrow$ మొత్తం కార్మికుల సంఖ్య (రాసుల సంఖ్య)

$\frac{50000}{2000} = 25$ రూపాయిలు అనేది ఒక్కొక్కరికి సమానంగా ఇచ్చిన సొమ్ము లేదా సరాసరి సొమ్ము.

1) $\text{సరాసరి} = \frac{\text{రాసుల మొత్తం}}{\text{రాసుల సంఖ్య}}$ $\left(\because K = \frac{R}{S}\right)$ $(\because K \times S = R)$

2) రాసుల మొత్తం = సరాసరి × రాసుల సంఖ్య

3) $\text{రాసుల సంఖ్య} = \frac{\text{రాసుల మొత్తం}}{\text{సరాసరి}}$ $\left(\because S = \frac{R}{K}\right)$

¤ పై మూడు సూత్రాల ఆధారంగా ఈ చాప్టర్‌లోని సమస్యలను పరిష్కరించవచ్చు.

¤ సరాసరి, రాసుల మొత్తం, రాసుల సంఖ్య ఈ మూడింటిలో ఏ ఒక్క విలువ తెలపాలన్నా మిగిలిన రెండు విలువలు తెలియాలి. లేకపోతే లెక్క చేయడం అసాధ్యం.

Case -1: ఒక సంస్థలో 'N' మంది సభ్యులు ఉన్నారు. వాళ్లు మొత్తం 'T' వస్తువులను పంచుకోవాలంటే వాళ్లు పంచుకున్న సరాసరి లేదా సమాన వస్తువుల సంఖ్య తెలపడానికి సూత్రం

$\text{సరాసరి} = \frac{T}{N}$

ఉదాహరణ-1: ఒక పాఠశాలలో 600 మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు. వారు మొత్తంగా పంచుకోవాల్సిన చాక్లెట్ల సంఖ్య 1200. అయితే వాళ్లు పంచుకున్న సరాసరి చాక్లెట్ల సంఖ్య తెలపండి.

వివరణ: పాఠశాలలోని మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య (రాసుల సంఖ్య) = 600 విద్యార్థులు పంచుకోవాల్సిన మొత్తం చాక్లెట్ల సంఖ్య (రాసుల మొత్తం) =1200

$\text{సరాసరి} = \frac{\text{రాసుల మొత్తం}}{\text{రాసుల సంఖ్య}}$ $\therefore \text{సరాసరి} = \frac{1200}{600} = 2$ చాక్లెట్లు

ఉదా-2: ఒక విమానాశ్రయంలో 20 విమానాలు ఉన్నాయి. వాటిలో ప్రయాణించడానికి మొత్తం 200 మంది ప్రయాణికులున్నారు. అయితే ఒక్కొక్క విమానం ఎక్కే ప్రయాణికుల సరాసరి తెలపండి.

వివరణ: మొత్తం విమానాల సంఖ్య - 20

మొత్తం ప్రయాణికులు - 200

సరాసరి = $\frac{200}{20}$ = 10

ఒక్కొక్క విమానంలో ప్రయాణించగల ప్రయాణికుల సంఖ్య = 10 (సరాసరి)

Case-2: ఒక సంస్థలో 'N' పనివాళ్లు ఉన్నారు. వారిలో ఒక్కొక్కరి వద్ద 'Y' సమాన పరిమాణం ఉన్న వస్తువులు ఉన్నాయి. అయితే వారి వద్ద మొత్తం పనిముట్ల సంఖ్య (రాసుల మొత్తం)

రాసుల మొత్తం = N × y

ఉదా-1: ఒక ప్రభుత్వ కార్యాలయంలో 500 మంది గుమస్తాలున్నారు. ఒక్కొక్క గుమస్తా వద్ద 40 ఫైళ్లు ఉన్నాయి. అయితే ఆ ప్రభుత్వ కార్యాలయంలోని మొత్తం ఫైళ్ల సంఖ్య తెలపండి.

వివరణ: మొత్తం గుమస్తాల సంఖ్య (రాసుల సంఖ్య) = 500

ఒక్కొక్కరి వద్ద ఉన్న ఫైళ్ల సంఖ్య (సరాసరి) = 40

∴ వారి వద్ద ఉన్న మొత్తం (రాసుల మొత్తం) ఫైళ్ల సంఖ్య = 500 × 40 = 20000

రాసుల మొత్తం = సరాసరి × రాసుల సంఖ్య

ఉదా-2: ఒక కొబ్బరి తోటలో 80 కొబ్బరి చెట్లున్నాయి. ఒక్కొక్క చెట్టు 100 కొబ్బరికాయలు కాస్తే, మొత్తం తోటలోని కొబ్బరికాయల సంఖ్య తెలపండి.

వివరణ: తోటలోని కొబ్బరి చెట్లు (రాసుల సంఖ్య) = 80

ఒక్కొక్క చెట్టు కాసిన కాయలు (సరాసరి) = 100

మొత్తం కాయల సంఖ్య (రాసుల మొత్తం) = 100 × 80 = 8000

Case-3: ఒక సంస్థలో మొత్తం 'T' పరికరాలు ఉన్నాయి. ఒక్కొక్కరికి సమానంగా ఇవ్వగల పరికరాలు 'A' అయినప్పుడు ఆ సంస్థలోని పనివాళ్ల సంఖ్య (N) తెలపడానికి (రాసుల సంఖ్య).

రాసుల సంఖ్య (N) = T × A

ఉదా- 1: ఒక పాఠశాలలో స్వాతంత్ర్య దినోత్సవం సందర్భంగా మొత్తం 5000 పెన్నులు పంచాలని నిర్ణయించారు. ఒక్కొక్కరికి సరాసరి '2' పెన్నులు పంచితే ఆ పాఠశాలలోని విద్యార్థుల సంఖ్య తెలపండి.

వివరణ: పాఠశాలలో పంచాల్సిన మొత్తం పెన్నుల సంఖ్య (రాసుల మొత్తం) = 5000

పాఠశాలలో ఒక్కొక్కరికి ఇవ్వగల పెన్నుల సంఖ్య (సరాసరి) = 2

పాఠశాలలోని విద్యార్థుల సంఖ్య (రాసుల సంఖ్య) = ?

రాసుల సంఖ్య = $\frac{\text{రాసుల మొత్తం}}{\text{సరాసరి}}$

5000 రాసుల సంఖ్య = $\frac{5000}{2}$ = 2500 (మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య)

ఉదా-2: ఒక పాఠ్యపుస్తకంలో మొత్తం 10000 అక్షరాలున్నాయి. ప్రతి పేజీకి 200 అక్షరాలు ఉన్నాయి. అయితే పాఠ్యపుస్తకంలోని పేజీల సంఖ్య తెలపండి.

వివరణ: పాఠ్యపుస్తకంలో మొత్తం అక్షరాలు (రాసుల మొత్తం) = 10000

ప్రతి పేజీకి ఉన్న అక్షరాలు (సరాసరి) = 200

$\therefore$ ఏ పేజీల సంఖ్య (రాసుల సంఖ్య) = $\frac{10000}{200}$ = 50 (పేజీలు)

Case-4: 'K' సభ్యుల సగటు L అయ్యి, R సభ్యుల సగటు P అయినప్పుడు వారి మొత్తం సగటు అనేది (K+R)

(K+R) సగటు = $\left(\frac{KL + RP}{K + R}\right)$ అవుతుంది.

ఉదా-1: ఒక కుటుంబంలో పదిమంది పిల్లలు, అయిదుగురు పెద్దలు ఉన్నారు. వారి సగటు బరువులు వరుసగా 20 కేజీలు, 40 కేజీలు. అయితే వారి సగటు బరువు తెలపండి.

వివరణ: 10 మంది పిల్లల సరాసరి బరువు 20 కేజీలు మొత్తం = 10 × 20 కేజీలు

అయిదుగురు పెద్దల సరాసరి బరువు 40 కేజీలు మొత్తం = 5 × 40 కేజీలు

$\therefore$ సూత్రాన్ని అనుసరించి = $\frac{(10 \times 20 + 5 \times 40)}{15}$

$= \left(\frac{200 + 200}{15}\right)$

$= \frac{400}{15} = 26.666$ కేజీలు

Case 5: 'K' సభ్యుల సగటు 'L' అయ్యి, R సభ్యుల సగటు 'S' అయినప్పుడు

(K-R) ల సగటు అనేది $\left(\frac{KL - RS}{K - R}\right)$

ఉదా- 1: ఒక తరగతిలో 25 మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు. అందులో 17 మంది బాలురు. బాలికల సగటు ఎత్తు 160 సెం.మీ. ఆ తరగతి సగటు ఎత్తు 156.6 సెం.మీ. అయితే బాలుర సగటు ఎత్తు ఎంత?

వివరణ:

(K-R) ల సగటు అనేది $\left(\frac{KL - RS}{K - R}\right)$ సూత్రం ప్రకారం

$\therefore$ (25-8) మంది సరాసరి ఎత్తు = $\dfrac{25 \times 156.6 \text{ సెం.మీ.} - 8 \times 160 \text{ సెం.మీ.}}{25 - 8}$

$= \dfrac{3915 \text{ సెం.మీ.} - 1280 \text{ సెం.మీ.}}{17}$

$= \dfrac{2635}{17} = 155$ సెం.మీ.

Case 6: ఒక వాహనం 'A' నుంచి 'B' కి S kmph వేగంతో, తిరిగి 'B' నుంచి 'A' కి 'P' kmph వేగంతో ప్రయాణిస్తే ఆ వాహన సరాసరి వేగం = $\dfrac{2(SP)}{(S+P)}$ kmph

ఉదా- 1: రెండు సమాన దూరాల్లో మొదటి దూరాన్ని 10 kmph వేగంతో, రెండో దూరాన్ని 15 kmph వేగంతో ప్రయాణిస్తే మొత్తం ప్రయాణ సరాసరి వేగం తెలపండి.

వివరణ:

సరాసరి వేగం = $\dfrac{\text{2 వేగాల లబ్ధం}}{\text{వేగాల మొత్తం}}$

$\therefore$ సరాసరి వేగం = $\dfrac{2 \times 10 \times 15}{(10 + 15)} = 2 \times \dfrac{150}{25} = 12$ kmph

Case 7: 'M' సభ్యులున్న గుంపులో 'K' విలువ ఉన్న వ్యక్తి స్థానంలో వేరొక వ్యక్తి చేరడంతో వారి సరాసరి 'A' పెరిగింది. కొత్తగా వచ్చిన వ్యక్తి విలువ తెలపడానికి

సూత్రం ⇒ K + M × A

ఉదా- 1 : ఒక పడవలో 20 మంది మత్స్యకారులు ఉన్నారు. వీరిలో 40 కేజీల బరువున్న వ్యక్తి స్థానంలో వేరొక వ్యక్తి చేరడంతో వారి సరాసరి 2 కేజీలు పెరిగింది. అయితే కొత్తగా వచ్చి చేరిన వ్యక్తి బరువు తెలపండి.

వివరణ: కొత్త వ్యక్తి చేరడంతో ఒక్కొక్కరికి 2 కేజీల బరువు పెరిగింది. అంటే (20 × 2 కేజీలు) మొత్తం 40 కేజీలు పెరిగింది.

పాత వ్యక్తి బరువు = 40 కేజీలు కాబట్టి

కొత్త వ్యక్తి బరువు = 40+40 = 80 కేజీలు అవుతుంది

(లేదా)

సూత్రం ఆధారంగా

కొత్త వ్యక్తి బరువు = 40 కేజీలు + 20 × 2 కేజీలు

= 40 కేజీలు + 40 కేజీలు

= 80 కేజీలు

ఉదా- 1: ఒక గుంపులో 30 మంది విద్యార్థులున్నారు. వారిలో 40 సంవత్సరాల వయసున్న విద్యార్థి స్థానంలో వేరొక విద్యార్థి చేరడంతో వారి సరాసరి వయసు 6 నెలలు తగ్గింది. అయితే కొత్తగా వచ్చిన విద్యార్థి వయసు తెలపండి.

కొత్త వచ్చిన విద్యార్థి వయసు = (40 -30 × 0.5) సంవత్సరాలు

= (40 -15) = 25 సంవత్సరాలు

"తగ్గిన సరాసరి" అయితప్పుడు = (K-M × A)

Case-8: x1, x2, x3, x4 అనే నాలుగు వరుస సంఖ్యల్లో మొదటి మూడు సంఖ్యల సరాసరి 'J'. చివరి మూడు సంఖ్యల సరాసరి 'K'. మొదటి సంఖ్య 'S' అయితే చివరి సంఖ్యను తెలపడానికి సూత్రం

x1, x2, x3, సరాసరి 'J' కాబట్టి

(x1 + x2 + x3) మొత్తం = 3K అవుతుంది

∴ x2, x3, x4 సరాసరి 'K' కాబట్టి

(x2 + x3+x4) మొత్తం = 3K

∴ x4 = 3K - 3J + S

ఉదా- 1: 4 రోజుల్లో మొదటి మూడు రోజుల ఉష్ణోగ్రతల సరాసరి 20 ºC , చివరి మూడు రోజుల సరాసరి ఉష్ణోగ్రత 25 ºC. మొదటి రోజు సరాసరి ఉష్ణోగ్రత 21 ºC అయితే చివరి రోజు ఉష్ణోగ్రత?

వివరణ: చివరి రోజు ఉష్ణోగ్రత = (3 × 25) - (3 × 20) + 21

= 75 - 60 + 21

= 15 + 21 = 36 ºC

సూత్రం = 3K - 3J +S

Case 9: 'M' సంఖ్యల సగటు 'A' అయినప్పుడు ప్రతి సంఖ్యకు 4 కలిపితే కొత్తగా వచ్చే (మారిన) సరాసరి = (A+4) అవుతుంది.

ఉదా- 1: 250 మంది సగటు మార్కుల సంఖ్య 60. ప్రతి ఒక్కరికి 5 కలిపితే 250 మంది సరాసరి తెలపండి.

వివరణ: సూత్రం ఆధారంగా = 60+5 = 65 (సరాసరి)

ఉదా- 2: 1450 మంది కార్మికుల నెలసరి సరాసరి వేతనం 10,000. ప్రతి ఒక్కరికి 500 అదనంగా కలిపితే కొత్త సరాసరి తెలపండి.

వివరణ: కొత్త సరాసరి = 10000+500 = 10,500.

ఉదా- 3: 120 సంఖ్యల సరాసరి 30. ప్రతి సంఖ్యను 2తో గుణిస్తే కొత్త సరాసరి?

వివరణ: కొత్త సరాసరి = 30 × 2 = 60 అవుతుంది

శాతాలు (Percentages)

¤ శత అంటే వంద అని అర్థం.

¤ శాతం అంటే వందకు (100) అని అర్థం. వందకు అన్నప్పుడు వంద (100) హారంలో ఉంటుంది.

¤ ఏదైనా ఒక విలువను మొత్తం (భిన్నం) విలువతో సూచించినప్పుడు మొత్తం విలువ అనేది హారానికి సమానం.

ఉదా:- 'x' అనేది 'y'లో ఎన్నో వంతు అని చెప్పాలంటే ఆ విలువను x/y గా సూచిస్తారు.

¤ అదేవిధంగా 'K' అనేది 100 లో ఎన్నో వంతు అంటే K/100 గా సూచిస్తారు.

¤ ఏ విలువనైనా 100 సూచించినప్పుడు అంటే 100 హారంలో ఉన్నప్పుడు దాన్ని శాతాల్లోనూ చూపించవచ్చు.

పై విలువలో $\frac{K}{100}$ ని K % అని కూడా రాయవచ్చు.?

¤ 1 పరిమాణాన్ని 100 పరిమాణాల్లో ఎన్నోవంతు అంటే $\frac{1}{100}$ గా సూచిస్తారు. ఈ విలువను 1% అని కూడా రాయవచ్చు.

¤ శాతాన్ని గణితంలో % గుర్తుతో సూచిస్తారు.

¤ శాతం విలువను భిన్నరూపంలో $\frac{1}{100}$ గా సూచిస్తారు.

¤ అనే విలువను సమస్యలను సూక్ష్మీకరించడానికి ఉపయోగిస్తారు. పైవాటిని అనుసరించి

శాతం = % = $\frac{1}{100}$ అని కూడా రాయవచ్చు.

¤ శాతం అనేది ఒక దశాంశ భిన్నం ($\frac{1}{100}$)

శాతాల కొన్ని విలువలు

ఉదా:

$x\% = \frac{x}{100}$, $y\% = \frac{y}{100}$, $K\% = \frac{K}{100}$

(1) $1\% = \frac{1}{100}$, (2) $2\% = \frac{2}{100}$, (3) $3\% = \frac{3}{100}$

(4) $4\% = \frac{4}{100} = \left(\frac{1}{25}\right)$ (5) $5\% = \frac{10}{100} = \left(\frac{1}{10}\right)$

(6) $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ (7) $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

(8) $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ (9) $80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

పోటీ పరీక్షలకు గుర్తుంచుకోవాల్సిన విలువలు

(I) $12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$

$\left(\because 12\frac{1}{2}\% = \frac{25}{2}\% = \frac{\cancel{25}^{1}}{2} \times \frac{1}{\cancel{100}_{4}} = \frac{1}{8}\right)$

(II) $14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$

$\left(\because 14\frac{2}{7}\% = \frac{100}{7}\% = \frac{\cancel{100}^{1}}{7} \times \frac{1}{\cancel{100}} = \frac{1}{7}\right)$

(III) $16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$

$\left(\because 16\frac{2}{3}\% = \frac{50}{3}\% = \frac{\cancel{50}^{1}}{3} \times \frac{1}{\cancel{100}_{2}} = \frac{1}{6}\right)$

(IV) $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$

$\left(\because 33\frac{1}{3}\% = \frac{100}{3}\% = \frac{\cancel{100}}{3} \times \frac{1}{\cancel{100}} = \frac{1}{3}\right)$ (∵ % అంటే $\frac{1}{100}$ కాబట్టి)

Case - I: ఒక విలువ లేదా పరిమాణంలో x% విలువ తెలపాలంటే పరిమాణాన్ని $\frac{x}{100}$ (x%) తో గుణించాలి. ఆ సందర్భంలో ఆ విలువ లేదా పరిమాణానిక x% విలువ వస్తుంది.

ఉదా1: 1000 యొక్క 10వ శాతం విలువ కావాలంటే?

1000 × శాతం విలువ = 1000 × 10%

$= 1000 \times \frac{10}{100}$

∴ 1000 లో 10 శాతం విలువ = 100

ఉదా2: 12400 లో 20 శాతం విలువ తెలపండి.

$= 12400 \times 20\%$

$= 124\cancel{00} \times \frac{20}{1\cancel{00}} = 124 \times 20$

$= 2480$

పై సమస్యలో 12400 లో 20% అనేది 2480కి సమానం.

గమనిక: పై సందర్భాన్ని రాత పరీక్షలో కిందివిధంగా అడిగే అవకాశం ఉంది.

ఉదా3: ఒక ఉద్యానవనంలో 3000 మంది స్త్రీ, పురుషులున్నారు. వారిలో 30% స్త్రీలు అయితే వారి సంఖ్య తెలపండి.

వివరణ: ఉద్యానవనంలోని మొత్తం స్త్రీ, పురుషుల సంఖ్య = 3000

∴ స్త్రీల శాతం = 30%

∴ కావాల్సిన విలువ (స్త్రీల సంఖ్య)

$$3000 \times 30\% = 3000 \times \frac{30}{300} = 30 \times 30$$

∴ ఉద్యానవనంలో స్త్రీల సంఖ్య = 900.

ఉదా4: ఒక వ్యాపారి వద్ద 4200 టన్నుల వరి విత్తనాలున్నాయి. అయితే వాటిలో 40% నకిలీ విత్తనాలైతే వాటి పరిమాణం తెలపండి.

వివరణ: $4200 \times 40\% = 4200 \times \frac{40}{100} = 42 \times 40 = 1680$

వ్యాపారి వద్ద ఉన్న మొత్తం నకిలీ విత్తనాలు = 1680 టన్నులు.

Case -II: ఒక విలువను వేరొక విలువతో సరిచూసేటప్పుడు దాని విలువ శాతంలో ఎంతగా ఉంటుందో తెలుసుకోవడానికి తీసుకున్న విలువను (పోల్చే) సరిచూసిన విలువతో భాగించి, వచ్చిన విలువను 100 గుర్తించిన తీసుకున్న విలువ సరిచూచిన విలువలో గల శాతం విలువ వస్తుంది.

⇒ 'K' అనే విలువ 'J' లో ఎంతశాతం విలువ అంటే పై విశ్లేషణ ఆధారంగా $\frac{K}{J} \times 100$ శాతం విలువకు సమానం.

ఉదా1: 10 అనేది 100లో ఎన్నో శాతం ?

వివరణ: $\therefore \frac{10}{100} \times 100 = 10\%$

'100'లో '10' అనేది 10% విలువకు సమానం.

ఉదా2: ఒక పాఠశాలలోని విద్యార్థులు మొత్తంగా 36000 వారిలో 300 మంది విద్యార్థులు పరీక్షకు హాజరయ్యారు. అయితే హాజరైన విద్యార్థుల శాతాన్ని తెలపండి.?

వివరణ: మొత్తం విద్యార్థులు = 36000

హాజరైనవారు = 300

హాజరైనవారి శాతం $= \frac{300}{3600} \times 100 = \frac{100}{12} = 8\frac{1}{3}\%$

Case - III: 'P' విలువ 'Q'కంటే x% అధికం అయినప్పుడు 'Q' విలువ 'P' కంటే x% తక్కువ అన్నది సరైన విశ్లేషణ కాదు. ఎందుకంటే

¤ శాతం విలువ ఎప్పుడు శాతంగా చూపించిన విలువకు సమానం కాదు.

x% అనేదాని విలువ 'x'కు సమానం కాదు.
20% అనేదాని విలువ '20'కు సమానం కాదు
33.1/3 అనేదాని విలువ 33.1/3% నకు సమానం కాదు.

అందువల్ల 'Q' విలువ అనేది 'P' విలువ కంటే $\left(\frac{x}{100+x} \times 100\right)\%$ విలువకు తక్కువగా ఉంటుంది.

ఉదా1: 'A' విలువ 'B' కంటే 10% అధికమైతే 'B' విలువ 'A' కంటే ఎంత శాతం తక్కువ విలువ కలిగి ఉంటుంది?

వివరణ: $\left(\frac{10}{100+10}\right) \times 100 = \frac{10}{110} \times 100 = 9\frac{1}{11}\%$

∴ 'B' విలువ 'A' కంటే $9\frac{1}{11}$ శాతం తక్కువగా ఉంటుంది.

ఉదా2: ఒక ఎన్నికలో రామస్వామి తన ప్రత్యర్థి అయిన కృష్ణస్వామి కంటే 20% అధికంగా ఓట్లు పొందితే కృష్ణస్వామి రామస్వామి కంటే ఎంత శాతం ఓట్లు తక్కువగా పొందాడు?

వివరణ:

$$\left(\frac{20}{100+20}\right)\times 100 = \frac{2\not{0}}{12\not{0}}\times 100$$

$$= \frac{1}{6}\times 100$$

$$= 16\frac{2}{3}\%$$

కృష్ణస్వామి రామస్వామి కంటే $16\frac{2}{3}$ శాతం ఓట్లు తక్కువగా పొందాడు.

ఉదా3: రాణి కంటే రమ్య 30% మార్కులు తక్కువగా పొందింది. అయితే రమ్య కంటే రాణి ఎంత శాతం మార్కులు అధికంగా పొందింది.

వివరణ:

$$\left(\frac{30}{100-20}\right)\times 100 = \frac{3\not{0}}{7\not{0}}\times 100$$

$$= \frac{3}{7}\times 100 = \frac{300}{7}$$

$$\Rightarrow 42\frac{6}{7}\%$$

రమ్య కంటే రాణి $42\frac{6}{7}$ మార్కులు అధికంగా పొందింది.

శాతాల విలువలతో మిగిలిన విలువలు గణించడం

¤ y శాతంలో మిగిలిన శాతం విలువను (100 - y%) అవుతుంది.

పోటీ పరీక్షలకు అవసరమయ్యే ప్రశ్నలపై సందర్భం అనుసరించి

ఉదా: i) 20% లో మిగిలిన విలువ 80% (100 - 20% = 80%)

ii) 77% లో మిగిలిన విలువ 23% (100 - 77% = 23%)

iii) 55% లో మిగిలిన విలువ 45% (100 - 55% = 45%)

ఉదా1: ఒక పాఠశాలలో 12000 మంది విద్యార్థులున్నారు. వారిలో 10% మంది విద్యార్థులు యూనిఫారం ధరించని వారైతే, యూనిఫారం ధరించిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

వివరణ: మొత్తం = 12000

∴ యూనిఫారం ధరించనివారు = 10%

∴ ధరించినవారు (100 - 10%) = 90% అవుతుంది.

మొత్తం విద్యార్థుల్లో యూనిఫారం ధరించినవారు = 12000 × 90%

$$= 12000 \times \frac{90}{100} = 10800.$$

ఉదా2: ఒక గ్రామంలో 12450 మంది ఉద్యోగస్తులున్నారు. వారిలో 40% (40 శాతం) మంది సర్కారు ఉద్యోగులు మిగిలినవారు ప్రయివేటు ఉద్యోగస్తులు. అయితే ప్రయివేటు ఉద్యోగుల సంఖ్య తెలపండి?

వివరణ: గ్రామంలో మొత్తం ఉద్యోగులు = 12450

సర్కారు ఉద్యోగం పొందినవారు = 40%

ప్రయివేటు ఉద్యోగులు (100 - 40%) = 60%

∴ ప్రయివేటు ఉద్యోగులు = 12450 × 60%

$$= 12450 \times 60\%$$
$$= 12450 \times \frac{60}{100}$$
$$= 1245 \times 6$$
$$= 7470$$

Case - I: 'R' అనే విలువ ప్రతి సంవత్సరం P% పెరుగుతుంది. అయితే T సంవత్సరాల తర్వాత దాని విలువ ఎంత ఉంటుంది?

అంటే $R \times \left(\frac{P+100}{100}\right)^T$ గా ఉంటుంది.

ఉదా: ఒక గ్రామ జనాభా ప్రస్తుతం 10000 మంది ఉన్నారు. పుట్టుకల కారణంగా ప్రతి సంవత్సరం 20% జనాభా పెరిగితే 2 సంవత్సరాల తర్వాత ఆ గ్రామంలోని జనాభా ఎంత?

వివరణ: గ్రామంలోని మొత్తం జనాభా 10000

రెండు సంవత్సరంలు తర్వాత జనాభా

$$= 10000 \times \frac{120}{100} \times \frac{120}{100}$$
$$= 10000 \times \frac{120}{100} \times \frac{120}{100}$$
$$= 120 \times 120$$
$$= 14400$$

Case - II: ఒక వస్తువు విలువ మొదట P శాతం పెరిగి తర్వాత P శాతం తగ్గిన మొత్తంగా శాతంలో మార్పు అనేది తక్కువగా ఉంటుంది.

ఉదా1: ఒక వస్తువు విలువ మొదట 10% పెరిగి తర్వాత 10% తగ్గితే విలువ శాతంలోని మొత్తం మార్పుని తెలపండి?

వివరణ: = $\frac{10 \times 10}{100}$ శాతం తగ్గుతుంది.

= 1 శాతం తగ్గుతుంది.

¤ ఒక వస్తువు x% పెరిగి K% తగ్గిన శాతంలో మార్పు అనేది $x-K+\frac{(x)(-K)}{100}$

∴ పై సందర్భంలో పెరిగిన విలువ (+) గా తగ్గిన విలువ (-) గా తీసుకుంటారు.

ఉదా2: ఒక వస్తువు ధర 30% పెరిగి, 10% తగ్గితే శాతంలో మార్పు తెలపండి.

వివరణ: 30% పెరుగుతుంది కాబట్టి + 30%

10% తగ్గుతుంది కాబట్టి -10% తీసుకోవాలి.

$$=\left(30+(-10)+\frac{(30)(-10)}{100}\right)\%$$

$$=\left(30-10-\frac{30\times10}{100}\right)\%$$

$$=(30-10-30)\%$$

$$=(30-40)\%$$

= - 10% ఋణాత్మక విలువ కాబట్టి తగ్గుతుంది. 10 శాతం తగ్గుతుంది.

Examples

1. పంచదార ఖరీదు 25% పెరిగినా, గృహిణి తన ఖర్చులో మార్పు చూపలేదు. అయితే ఆమె ఇంతకుముందు కంటే ఎంతశాతం తక్కువ పరిమాణం ఉన్న పంచదారను ప్రస్తుతం వినియోగించింది?

జ: 20%

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా పంచదార ఖరీదు రూ.100 అనుకుంటే

25% పెరిగింది అంటే $100\times\frac{125}{100}=125$ రూపాయలు అవుతుంది.

గృహిణి ఖర్చులో మార్పు చూపలేదు. అంటే పంచదార ఖరీదు పెరగకముందు ఎంత సొమ్ము వెచ్చించిందో పెరిగిన తర్వాత కూడా అంతే సొమ్ము వెచ్చించింది. దాని కారణంగా పంచదార పరిమాణం తగ్గుతుంది.

తగ్గిన పరిమాణ శాతం $=\frac{25}{125}\times100=20\%$

2. రాధిక ఒక పాఠ్యపుస్తకంలో 23.5% పేజీలను చదివింది. రవళి అదే పాఠ్యపుస్తకంలో $32\frac{1}{2}$% పేజీలను చదివింది. వీళ్లిద్దరూ మొత్తం 550 పేపర్లను చదివితే ఆ పాఠ్యపుస్తకంలోని మొత్తం పేజీల సంఖ్య ఎంత?

జ: 2000

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా రాధిక చదివిన మొత్తం పేజీలు 23.5%

రవళి చదివిన మొత్తం పేజీలు 31.5% (∵ 1/2 = 0.5)

ఇద్దరూ చదివిన పేపర్లు 550. వీటిని పేజీల్లోకి మారిస్తే 1100 అవుతుంది. (∵ పేపరు = 2 పేజీలు)

శాతాల మొత్తం = సంఖ్యల మొత్తం (T = మొత్తం పేజీలు అనుకుంటే)

T × (23.5 + 31.5)% = 1100

$$\therefore T\times\frac{55}{100}=1100$$

$$\therefore T=1100\times\frac{100}{55}=2000$$

3. A అనే పట్టణ జనాభా 'C' పట్టణ జనాభా కంటే 20% అధికం. 'B' అనే పట్టణ జనాభా 'C' పట్టణ జనాభా కంటే 30% అధికం. అయితే 'A' పట్టణ జనాభా కంటే 'B' పట్టణ జనాభా ఎంత శాతం అధికం?

జ: $8\frac{1}{3}$

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా 'C' పట్టణ జనాభా 100 అనుకుంటే.. 'A' పట్టణ జనాభా 'C' పట్టణ జనాభా కంటే 20% అధికం

కాబట్టి 'A' పట్టణ జనాభా = $100\times\frac{120}{100}=120$

'B' పట్టణ జనాభా 'C' పట్టణ జనాభా కంటే 30% అధికం

కాబట్టి 'B' పట్టణ జనాభా = $100\times\frac{130}{100}=130$

'B' జనాభా 'A' జనాభా కంటే 10 మంది ఎక్కువ

'B' జనాభా 'A' జనాభా కంటే = $(\frac{10}{120}\times100)$ = $8\frac{1}{3}$ ఎక్కువ

4. వేతనాలు 20% పెరగడం వల్ల ప్రస్తుతం ప్రతి పని వాడు రూ. 24 ల దినసరి వేతనం పొందుతున్నాడు. వేతనం పెరగక ముందు ఒక్కొక్క పనివాడి ఒక రోజు వేతనం ఎంత?

జ: రూ.20

వివరణ: 20 రూపాయలకు 20% లెక్కిస్తే $20\times\frac{20}{100}=$ రూ.4

పెరగకముందు వారి వేతనం 20 అయితే పెరిగిన తర్వాత వారి వేతనం రూ.24 అవుతుంది. (20 + 4)

5. ఒక వ్యాపారి ఒక వస్తువుపై దాని ధరను 10% అధికంగా ముద్రించాడు. ఆ వస్తువు డిమాండ్ పెరగడం వల్ల 5% అధిక ధరకు వినియోగదారుడికి అమ్మితే వ్యాపారస్తుడు పొందిన మొత్తం లాభ శాతం ఎంత?

జ: 15.5

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా...

సూత్రం $x+y+\frac{xy}{100}$ ($\because$ పెరిగితే = ధనావేశం) ($\because$ తగ్గితే = రుణావేశం)

x = +10%, y = + 5%

10 + 5 +($\frac{10\times5}{100}$) = 15 + $\frac{1}{2}$ = 15.5%

6. ఒక ఉద్యమంలో ఒకటోరోజు 2000 మంది పాల్గొన్నారు. రెండోరోజు 10% పెరిగారు, మూడోరోజు 20% పెరిగారు. నాలుగో రోజు 10% పెరిగితే ఆరోజు హాజరైన మొత్తం ఉద్యమకారులు ఎంతమంది?

జ: 2904

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా ఉద్యమంలో మొదటి రోజు పాల్గొన్నవారు = 2000

రెండోరోజు 10% పెరిగారు అంటే = $2000\times\frac{110}{100}$

మూడో రోజు 20% పెరిగారు అంటే = $2000\times\frac{110}{100}\times\frac{120}{100}$

నాలుగో రోజు 10% పెరిగారు అంటే = $2000\times\frac{110}{100}\times\frac{120}{100}\times\frac{110}{100}$

నాలుగో రోజు పాల్గొన్న మొత్తం ఉద్యమకారులు = $2000\times\frac{110}{100}\times\frac{120}{100}\times\frac{110}{100}$ = 2904

7. 'A' అనే వ్యాపారి 1000 కేజీల విత్తనాలను 'B' అనే వ్యాపారికి 10% లాభానికి అమ్మాడు. 'B' అనే వ్యాపారి 'C' అనే వ్యాపారికి 20% లాభానికి అమ్మాడు. 'C' అనే వ్యాపారి 'D' అనే వ్యాపారికి 10% లాభానికి అమ్మాడు. 'D' ఆ విత్తనాలను రూ.1452 కు పొందితే 'A' అనే వ్యాపారి ఆ విత్తనాలను ఎంతకు కొన్నాడు?

జ: రూ.1000

వివరణ: 'A' వ్యాపారి 'T' రూపాయలకు కొన్నాడు అనుకుంటే 110 'B'వ్యాపారి కొన్న విలువ = T × $\frac{110}{100}$

'C' వ్యాపారి కొన్న విలువ = T $\times\frac{110}{100}\times\frac{120}{100}$

'D' వ్యాపారి కొన్న విలువ= T $\times\frac{110}{100}\times\frac{120}{100}\times\frac{110}{100}$

'D' వ్యాపారి కొన్నవెల 1452 రూపాయలు కాబట్టి T $\times\frac{110}{100}\times\frac{120}{100}\times\frac{110}{100}$ = 1452

T × $\frac{1452000}{1000000}$ = 1452

∴ T = 1000 (A కొన్న విలువ)

8. ఒక విద్యార్థి ఒక పరీక్షలో 30% మార్కులు పొంది 20 మార్కులు తగ్గినందువల్ల పాస్ అవ్వలేక పోయాడు. పరీక్ష కనీస ఉత్తీర్ణత శాతం 40% అయితే కనీస ఉత్తీర్ణత మార్కుల సంఖ్యను తెలపండి.

జ: 80

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా పరీక్ష కనీస ఉత్తీర్ణత శాతం 40%

విద్యార్థి మార్కుల శాతం 30%

పరీక్ష కనీస ఉత్తీర్ణత శాతానికి, విద్యార్థి పొందిన మార్కుల శాతానికి మధ్య తేడా అనేది విద్యార్థి ఉత్తీర్ణతకు పొందలేని మార్కులకు సమానం అవుతుంది.

∴ (40 - 30)% = 20

10% ↔ 20

∴100% ↔ 200

మొత్తం మార్కులు 200, కనీస ఉత్తీర్ణత శాతం 40% కాబట్టి కనీస ఉత్తీర్ణత మార్కుల సంఖ్య $200\times\frac{40}{100}=80$

9. కొంత పరిమాణం ఉన్న ఉప్పు ద్రావణంలో 10% ఉప్పు ఉంది. ఆ ద్రావణంలో 20 లీ. ద్రావణం ఆవిరి అయిపోతే, మిగిలిన ద్రావణంలో 20% ఉప్పు ఉంది. ఆ ద్రావణం మొదటి పరిమాణం తెలపండి.

జ: 40 లీ.

వివరణ: ఉప్పు ద్రావణం పరిమాణం 'x' అనుకుంటే

ఉప్పు పరిమాణం 10% కాబట్టి

ఉప్పు పరిమాణం = $\frac{10}{100}$ x ...... (1)

∴ 20 లీటర్ల ద్రావణం ఆవిరి అయిపోయింది. మిగిలిన ద్రావణం(x - 20) లో 20% ఉప్పు ఉంది.

ఉప్పు పరిమాణం = $\frac{20}{100}$ (x - 20) ...... (2)

(1), (2) ల నుంచి

$\frac{20}{100}$(x - 20) = $\frac{10}{100}$ x

$\Longrightarrow \frac{20x}{100} - \frac{20 \times 20}{100} = \frac{10x}{100}$

$\Longrightarrow \frac{20x}{100} - \frac{10x}{100} = \frac{400}{100}$

$\Longrightarrow \frac{10x}{100} = \frac{400}{100}$

$\Longrightarrow$ 10x = 400

$\therefore$ x = 40 లీటర్లు

10. ఒక గ్రంథాలయంలో $12\frac{1}{2}$% ఆంగ్ల పుస్తకాలున్నాయి. మిగిలినవాటిలో $33\frac{1}{3}$% హిందీ పుస్తకాలు ఉన్నాయి. మిగిలిన వాటిలో $14\frac{2}{3}$% తెలుగు పుస్తకాలు ఉన్నాయి. మిగిలిన 1200 పుస్తకాలు ప్రాంతీయ భాషకు చెందినవి. అయితే మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్య ఎంత?

జ: 2400

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా...

గ్రంథాలయంలో $12\frac{1}{2}$% ఆంగ్ల పుస్తకాలు ఉన్నాయి. అంటే $\frac{1}{8}$ వంతు. వీటిలో మిగిలినవి $\frac{7}{8}$ అవుతాయి.

మొత్తం పుస్తకాలు "T" అనుకుంటే ఆంగ్ల పుస్తకాలు కాగా మిగిలినవి (T× $\frac{7}{8}$)

హిందీ పుస్తకాలు $33\frac{1}{3}$ % అంటే $\frac{1}{3}$. మిగిలినవి $\frac{1}{2}$ అవుతాయి. హిందీ పుస్తకాలు, ఆంగ్ల పుస్తకాలు పోగా మిగిలినవి (T× $\frac{7}{8}$ × $\frac{2}{3}$)

తెలుగు పుస్తకాలు $14\frac{2}{3}$ % అంటే $\frac{1}{7}$. మిగిలినవి $\frac{6}{7}$ అవుతాయి.

గ్రంథాలయంలో ఆంగ్ల, హిందీ, తెలుగు పుస్తకాలు తీసేస్తే మిగిలినవి T × $\frac{7}{8}$ × $\frac{2}{3}$ × $\frac{6}{7}$ ఇవి ప్రాంతీయ భాషకు సమానం

$\therefore$ T × $\frac{7}{8}$ × $\frac{2}{3}$ × $\frac{6}{7}$ = 1200

$\therefore$ T = 1200 × 2 = 2400

11. ఒక గ్రామంలో జరిగిన ఎన్నికల్లో 20% చెల్లని ఓట్లు. 'A' మొత్తం ఓట్లలో 60% ఓట్లు పొంది తన ప్రత్యర్థి 'B' కంటే 4800 ఓట్ల ఆధిక్యంతో గెలుపొందాడు. అయితే గ్రామంలోని మొత్తం ఓట్ల సంఖ్య ఎంత?

జ: 30,000

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా మొత్తం ఓట్లు 'T' అనుకుంటే, చెల్లని ఓట్లు 20% కాబట్టి చెల్లిన ఓట్లు 80% అవుతాయి. A అనే వ్యక్తి పొందిన మొత్తం ఓట్లు 60% కాబట్టి 'B' 40% ఓట్లు పొందాడు.

A, B శాతాల మధ్య భేదం ఆధిక్యత ఓట్లకు సమానం అవుతుంది.

మొత్తం ఓట్ల సంఖ్య

$\therefore$ T × $\frac{80}{100} \times \frac{20}{100}$ = 4800 $\therefore$ T × $\frac{1600}{100 \times 100}$ = 4800 T = 3 × 100 × 100 = 30,000

12. విద్యార్థులు ఆటలాడుకుంటున్నప్పుడు ఒక దొంగ పిల్లల వస్తువులను దొంగిలించాడు. విద్యార్థుల్లో 80% పలకలు, 85% కలాలు, 75% జ్యామితి పెట్టెలు, 68% రబ్బర్లు కోల్పోయారు. ఈ నాలుగు వస్తువులను కోల్పోయిన వారి శాతమెంత?

జ: 8

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా మొత్తం విద్యార్థులు 100 అనుకుంటే

	దొంగతనానికి గురైనవారు	దొంగతనానికి గురికానివారు
పలకలు	80	20
పెన్నులు	85	15
జ్యామితి పెట్టెలు	75	25
రబ్బర్లు	68	32

దొంగతనానికి గురికానివారు

(20 + 15 + 25 + 32)= 92.   నాలుగు వస్తువులూ కోల్పోయినవారు (100 - 92) = 8.

13. ఒక వృత్త వ్యాసార్ధం 6% తగ్గింది. అయితే వైశాల్యంలో తగ్గుదల శాతమెంత?

జ: 11.64%

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

వృత్త వ్యాసార్ధం 6% తగ్గింది అంటే 94% అయ్యింది

తగ్గిన వైశాల్య శాతం= $[1- (\frac{94}{100})2] \times 100\%$

$= [1 - \frac{94 \times 94}{100 \times 100}] \times 100\%$

$= [1 - \frac{8836}{10000}] \times 100\%$

$= [(\frac{10000 - 8836}{10000})] \times 100\%$

$= \frac{1164}{100}\% = 11.64\%$

14. ఒక తరగతిలో విద్యార్థులు కబడ్డీ, హాకీలలో కనీసం ఒక్క ఆటైనా ఎంచుకోవాలి. 82% కబడ్డీని, 74% హాకీని ఎంచుకున్నారు. రెండింటినీ ఎంచుకున్న విద్యార్థుల కనీస శాతమెంత?

జ: 56%

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా రెండింటినీ ఎంచుకున్న కనీస విద్యార్థుల శాతం

[(82 + 74) - 100] % = (156 - 100)% = 56%.

భాగస్వామ్యం (Partnership)

1. విజయ్ రూ.75,000, అజయ్ రూ.60,000లతో ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. సంవత్సరం తర్వాత రూ.6300 లాభం వస్తే, అందులో అజయ్ వాటా ఎంత?

జవాబు: రూ.2800

వివరణ:

విజయ్, అజయ్ పెట్టుబడులు వరుసగా రూ.75,000, రూ.60000.

వాళ్ల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి = 75000:60000

=5:4

అజయ్ వాటా = రూ. 6300 × $\frac{4}{9}$

(నిష్పత్తుల మొత్తం 5 + 4 = 9) = రూ. 2800

2. కరీనా రూ.2,25,000 పెట్టుబడితో ఒక బ్యూటీపార్లర్ పెట్టింది. మరికొంత సామగ్రి అవసరమై మూడు నెలల తర్వాత అంతే పెట్టుబడితో కరిష్మాకు భాగస్వామ్యం కల్పించింది. సంవత్సరాంతంలో వచ్చిన లాభాన్ని కరీనా, కరిష్మా పంచుకునే నిష్పత్తిని కనుక్కోండి.

జవాబు: 4 : 3

వివరణ:

కరీనా పెట్టుబడి రూ.2,25,000

కరిష్మా పెట్టుబడి రూ.2,25,000

కరీనా సంవత్సరం పొడుగునా వ్యాపారంలో ఉంది.

కరిష్మా 3 నెలల తర్వాత వ్యాపారంలో చేరింది. అంటే 9 నెలలు మాత్రమే వ్యాపారంలో భాగస్వామిగా ఉంది. కరీనా పెట్టుబడి : కరిష్మా పెట్టుబడి =

2,25,000 × 12 : 2,25,000 × 9

12 : 9

4 : 3

3. 'K' కొంత పెట్టుబడితో వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించిన 4 నెలలకు 'R' అంతే పెట్టుబడితో 'K' తో చేరాడు. ఆ తర్వాత 4 నెలలకు అనారోగ్యం కారణంగా 'K' వ్యాపారం నుంచి తప్పుకుంటే, వాళ్లిద్దరూ లాభాలను పంచుకునే నిష్పత్తి కనుక్కోండి.

జవాబు: 1 : 1

వివరణ:

K :R

1 × 8 : 1 × (12- 4)

1 × 8 : 1 × 8

1 : 1

4. 'A' రూ.18000, 'B' రూ.24000లతో ఒక కూరగాయల అంగడిని ప్రారంభించారు. సంవత్సరం చివర రూ.63000 లాభాన్ని పంచుకుంటే 'A' కంటే 'B' కు ఎంత ఎక్కువ వస్తుంది?

జవాబు: రూ.9000

వివరణ:

A, B ల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి వరుసగా 3 : 4

'A' వాటా $= రూ. \frac{3}{7} \times 63000 = రూ.27000$

'B' వాటా $= రూ. \frac{4}{7} \times 63000 = రూ. 36000$

'B' అనే వ్యక్తికి 'A' కంటే రూ.9000 (36000 - 27000) అధికంగా వచ్చింది.

5. మోహన్, కృపాకర్ సమాన పెట్టుబడులతో ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. కృపాకర్ వ్యక్తిగత కారణాల వల్ల మూడు నెలల్లో సంవత్సరం ముగుస్తుందనగా వ్యాపారం నుంచి వైదొలిగాడు. సంవత్సరాంతంలో లాభం రూ.56000 వస్తే, కృపాకర్ వాటా ఎంత?

జవాబు: రూ.24000

వివరణ:

దత్తాంశం ఆధారంగా

మోహన్ 12 నెలలు, కృపాకర్ 9 నెలలు వ్యాపారంలో కొనసాగారు.

లాభంలో వారి వాటాల నిష్పత్తి 12 : 9 = 4 : 3

కృపాకర్ వాటా $= రూ. 56000 \times \frac{3}{7} = రూ. 24000$

6. 'A' ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించిన కొంతకాలానికి 'B' అదే వ్యాపారంలో భాగస్వామిగా చేరాడు. వారి పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 2 : 3. సంవత్సరాంతంలో వచ్చిన లాభాన్ని ఇద్దరూ సమానంగా పంచుకున్నారు. అయితే A వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించిన ఎన్ని నెలల తర్వాత 'B' భాగస్వామిగా చేరాడు?

జవాబు: 4

వివరణ:

దత్తాంశం ఆధారంగా

'A' అనే వ్యక్తి వ్యాపారంలో 12 నెలలు ఉన్నాడు.

వాళ్ల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 2 : 3. వచ్చిన లాభాలు సమానం కాబట్టి

$\frac{A}{B} \Rightarrow \frac{2 \times 12}{3 \times (12 - B నెలలు)} = \frac{1}{1}$

$\Rightarrow$ 24 = 36- 3 (B నెలలు)

$\Rightarrow$ B నెలలు = 4

7. అమిత్, సుజిత్ 1 : 2 నిష్పత్తిలో పెట్టుబడులతో ఒక వ్యాపారం ప్రారంభించారు. కొన్ని నెలల తర్వాత సుజిత్ వ్యాపారం నుంచి వైదొలిగాడు. లాభాన్ని వారిద్దరూ సమానంగా పంచుకుంటే, సంవత్సరం పూర్తి కావడానికి ఎన్ని నెలల ముందు సుజిత్ వ్యాపారం నుంచి వైదొలిగాడు?

జవాబు: 6

వివరణ:

దత్తాంశం ప్రకారం

అమిత్, సుజిత్ పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 1 : 2

వారి లాభాల నిష్పత్తి 1 : 1

$$\frac{1\times12}{2\times X}=\frac{1}{1}$$
$$\Rightarrow 2X=12$$
$$\Rightarrow X=6 \text{ నెలలు}$$

8. 'A' వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించిన కొద్ది నెలలకు 'B' చేరాడు. వారిద్దరి పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 4 : 5. సంవత్సరాంతంలో వచ్చిన లాభంలో A, B ల వాటాలు వరుసగా రూ.3300, రూ.2750. అయితే A వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించిన ఎన్ని నెలల తర్వాత 'B' చేరాడు?

జవాబు: 4

వివరణ:

A, Bల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 4 : 5

A, Bల లాభాల నిష్పత్తి 6 : 5 (... 3300 : 2750)

'x' నెలల తర్వాత B చేరాడని అనుకుంటే

$$\Rightarrow \frac{4\times12}{5\times(12-X)}=\frac{6}{5}$$
$$\Rightarrow 12-X=8$$
$$X=4 \text{ నెలలు}$$

9. 'A' ఒక వ్యాపారాన్ని రూ.12000లతో ప్రారంభించిన 4 నెలల తర్వాత 'B' రూ.30000లతో భాగస్వామిగా చేరాడు. సంవత్సరాంతంలో వచ్చిన లాభంలో 'B' వాటా రూ.5000 అయితే మొత్తం లాభం ఎంత?

జవాబు: రూ.8000

వివరణ:

దత్తాంశం ఆధారంగా

'A' పెట్టుబడి రూ.12000,

అతడు వ్యాపారంలో 12 నెలలు ఉన్నాడు.

'B' పెట్టుబడి రూ.30,000, అతడు వ్యాపారంలో 4 నెలల తర్వాత చేరాడు. అంటే 8 నెలలు (12 - 4) భాగస్వామిగా ఉన్నాడు.

A, Bల లాభాల నిష్పత్తి

$$\Rightarrow \frac{12000\times12}{8\times30000}=\frac{3}{5}=(3:5)$$

'B' వాటా 5000 రూ.

A, Bల మొత్తం లాభం రూ.8000. $\left(\because \frac{5000}{5}\times8=8000\right)$

10. 'A' ,'B' లు వరుసగా రూ.45000, రూ.60,000 మూలధనంతో వ్యాపారం ప్రారంభించారు. 4 నెలల తర్వాత 'A' వ్యాపారం

నుంచి వైదొలిగాడు. సంవత్సరాంతంలో వ్యాపారంలో రూ. 75000ల లాభం వచ్చింది. అయితే అందులో 'B' వాటా ఎంత?

జవాబు: రూ.60,000

వివరణ: A,Bల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి

(45000:60000) = (3:4)

A, Bల వ్యాపార కాలాల నిష్పత్తి 4 : 12 = 1 : 3

వచ్చిన లాభంలో A, Bల వాటాల నిష్పత్తి

$$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}=(1:4)$$

'B' వాటా = రూ. $75000\times\frac{4}{5}=$ రూ.60000

11. 'P' ,'Q' ల మొత్తం పెట్టుబడి రూ.100000. ఒక సంవత్సరం తర్వాత వచ్చిన లాభం రూ.25000లలో 'Q' వాటా రూ.15000. అయితే మూలధనంలో 'P' పెట్టుబడి ఎంత (రూపాయల్లో)?

జవాబు: 40,000

వివరణ:

దత్తాంశం ఆధారంగా 'P' పెట్టుబడి 'x' రూ. అనుకుంటే, 'Q' పెట్టుబడి (100000-x) రూ. అవుతుంది.

వారి లాభాల నిష్పత్తి 10,000 : 15000 = 2 : 3

$$\frac{(x)}{(100000-x)}=\frac{2}{3}$$
$$\Rightarrow 3x=2(100000-x)$$
$$\Rightarrow 3x=200000-2x$$
$$\Rightarrow 5x=200000$$
$$\Rightarrow x=\frac{200000}{5}$$
$$\Rightarrow x=\text{రూ.}40,000$$

12. 'A' పెట్టుబడి 'B' పెట్టుబడిలో సగం, 'C' పెట్టుబడిలో మూడో భాగం. అయితే వారి పెట్టుబడుల నిష్పత్తి వరుసగా-

జవాబు: 1 : 2 : 3

వివరణ:

A పెట్టుబడి 'B' పెట్టుబడిలో సగం అంటే $A=\frac{B}{2}$

A : B = 1 : 2

'A' పెట్టుబడి 'C' పెట్టుబడిలో మూడో వంతు అంటే

$$A=\frac{C}{3}$$

$A:C=1:3$

$A:B=1:2, A:C=1:3$

B: A: C

2: 1

1: 3

B: A: C

2: 1: 3

$\therefore A:B:C=1:2:3$

13. 'A' వ్యాపారం ప్రారంభించిన ఆరు నెలల తర్వాత 'A' పెట్టుబడికి మూడింతల పెట్టుబడితో 'B' చేరాడు. 'B' చేరిన 3 నెలలకు 'A' వ్యాపారం నుంచి వైదొలిగాడు. సంవత్సరాంతంలో వచ్చిన లాభాలను వారు పంచుకునే నిష్పత్తి ఎంత?

జవాబు: 1 : 2

వివరణ:

దత్తాంశం ఆధారంగా 'A' వ్యాపారంలో 9 నెలలు ఉన్నాడు (... 6 + 3 = 9)

'B' వ్యాపారంలో 6 నెలలు ఉన్నాడు. (...12 - 6 = 6)

A, Bల పెట్టుబడులు 1x, 3x అనుకుంటే వాటి నిష్పత్తి 1:3 అవుతుంది.

$$\Rightarrow \frac{A}{B}=\frac{1\times 9}{3\times 6}=\frac{1}{2}=(1:2)$$

14. 'A' ,'B' పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 4 : 7. లాభంలో 12% దానధర్మాలకు కేటాయించగా 'A' కు వచ్చిన వాటా రూ.3168. అయితే దానధర్మాలకు కేటాయించిన సొమ్ము ఎంత? (రూపాయల్లో)

జవాబు: 1188

వివరణ:

'A' కి వచ్చిన వాటా రూ.3168 కాబట్టి

4x = 3168

$$x=\frac{3168}{4}$$

A, Bల మొత్తం వాటా 11x = 11 × $\frac{3168}{4}$ = రూ.792 × 11 = 8712

... మొత్తం లాభం = 8712 × $\frac{100}{88}$ = రూ.9900

(... 12% దానధర్మాలకు పోగా 88% పంచుకున్నారు)

దానధర్మాలకు ఇచ్చింది = 9900-8712 = రూ. 1188

15. సంజు, మంజు రూ.10,000, రూ.15,000 పెట్టుబడులతో ఒక అల్పాహారశాలను ప్రారంభించారు. 4 నెలల తర్వాత మంజు వ్యాపారం నుంచి తప్పుకుంది. ఆమె స్థానంలో అంజు రూ.20,000ల పెట్టుబడితో వ్యాపారంలో చేరింది. సంవత్సరాంతంలో లాభం రూ.8500 లను ముగ్గురూ పంచుకున్నారు. అయితే మంజుకు పెట్టుబడితో కలుపుకొని వచ్చిన సొమ్మెంత?

జవాబు: రూ.16,500

వివరణ:

సంజు, మంజు, అంజుల లాభాల నిష్పత్తి

(10,000×12) : (15000 × 4) : (20000 × 8)

= 6 : 3 : 8

మంజు వాటా = రూ. 8500 × $\frac{3}{17}$ = రూ.1500

మంజుకి వచ్చిన మొత్తం సొమ్ము = రూ.15000 + రూ.1500 = రూ.16500

16. A, B, C లు వరుసగా రూ.8000, రూ.4000, రూ.8000 పెట్టుబడులతో ఒక వ్యాపారాన్ని ప్రారంభించారు. 6 నెలల తర్వాత 'A' వ్యాపారం నుంచి నిష్క్రమించాడు. 8 నెలలు తరువాత రూ.4005 లాభం వచ్చింది అయితే 'B' వాటా ఎంత?(రూపాయల్లో)

జవాబు: 890

వివరణ:

A, B, C ల లాభాల నిష్పత్తి (8000 × 6) : (4000 × 8) : (8000 ×8)

3 : 2 : 4

'B' వాటా = రూ.4005 × $\frac{2}{9}$ = రూ. 890

17. ఒక వ్యాపారంలో x, z ల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 2 : 1 గా, x, y ల పెట్టుబడి 3 : 2 గా ఉంది. సంవత్సరం తర్వాత వచ్చిన లాభం రూ.1,57,300 అయితే 'y' వాటా ఎంత? (రూపాయల్లో)

జవాబు: 48400

వివరణ:

దత్తాంశం ఆధారంగా

x, z ల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 2 : 1,

x, y ల పెట్టుబడుల నిష్పత్తి 3 : 2

x : y : z ల నిష్పత్తి

6 : 4 : 3

(∵y:x:z
2:3
↖↘2:↖↘1)

(... y : x : z = 4 : 6 : 3)

'y' లాభం వాటా = రూ.157300 × $\frac{4}{13}$

= 12100 × 4 = రూ.48400

కాలం – దూరం (Time and Distance)

కొంత నిర్దిష్ట దూరాన్ని ప్రయాణించడానికి వివిధ రవాణా సాధనాలకు పట్టేకాలాల్లో తేడా ఉంటుంది. వాటి వేగాల్లో తేడా వల్ల, వేగం తగ్గితే ప్రయాణించే కాలం పెరుగుతుంది. వేగం పెరిగితే ప్రయాణ కాలం తగ్గుతుంది.

దూరం:

ఒక నిర్దిష్టకాలంలో ఒక వస్తువు లేదా రవాణా సాధనం ప్రయాణించే మార్గం మొత్తంపొడవును 'దూరం' అంటాం. దీన్ని 'd' తో సూచిస్తాం.

వేగం:

ఒక సెకను కాలంలో వస్తువు ప్రయాణించే దూరాన్ని ఆ వస్తువు వేగం అంటాం. దాన్ని 's' తో సూచిస్తాం.

సూత్రాలు:

¤ $వేగం = \frac{దూరం}{కాలం}$

¤ $కాలం = \frac{దూరం}{వేగం}$

¤ దూరం = వేగం × కాలం

¤ వేగాన్ని కి.మీ./గం. నుంచి మీ./సె.కు మార్చాలంటే $\frac{5}{18}$ తో గుణించాలి .× కి.మీ./ గం.(X × $\frac{5}{18}$) మీ./సె.

వేగాన్ని మీ./సె. నుంచి కి.మీ./గం.కు మార్చాలంటే $\frac{18}{5}$ తో గుణించాలి. × కి.మీ./ గం (X × $\frac{18}{5}$) మీ./సె.

¤ ఒకేదిశలో రెండు వస్తువులు ప్రయాణం చేసేటప్పుడు వాటి సాపేక్ష వేగం = వాటి వేగాలభేదం. ఒకే దిశలో ప్రయాణిస్తున్న రెండు వస్తువుల వేగాలు v1 , v2 లు అయితే వాటి సాపేక్షవేగం V అయితే

$$V = v1 - v2 \ (v1 > v2).$$

¤ పై రెండు దిశల్లో అవి కలుసుకోవడానికి పట్టేకాలం

$$= \frac{మధ్యదూరం}{సాపేక్ష వేగం}$$

¤ ఒక వస్తువు కొంత నిర్దిష్ట దూరాన్ని x కి.మీ./గం. వేగంతో, తిరుగు ప్రయాణంలో ఆ దూరాన్ని y వ కి.మీ./గం.వేగంతో ప్రయాణిస్తే పూర్తి ప్రయాణంలో ఆ వస్తువు సరాసరి వేగం

$$V = \frac{2xy}{x+y} \text{ కి.మీ./గం.}$$

¤ గంటకు 50 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న ఒక రైలు 125 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించడానికి పట్టే కాలమెంత?

సాధన: వేగం = 50 కి.మీ./గం దూరం = 125 కి.మీ.

$$కాలం = \frac{దూరం}{వేగం} = \frac{125}{50} = 2.5 \text{ గంటలు}$$

¤ గంటకు 92.4 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న రైలు 10 నిమిషాల్లో ప్రయాణించే దూరం మీటర్లలో ?

సాధన: రైలు వేగం = 92.4 కి.మీ./గం.

$= (92.4 \times \frac{5}{18})$ మీ./సె

$= \frac{77}{3}$ మీ./సె

కాలం = 10 నిమిషాలు = 10 × 60 = 600 సెకన్లు 10 నిమిషాల్లో అంటే (10 × 60) సెకన్లలో రైలు ప్రయాణించే

దూరం = వేగం × కాలం

$= (\frac{77}{3} \times 10 \times 60)$ మీ

= 15400 మీటర్లు

¤ ఒక బాలుడు స్కూలుకు గంటకు 3 కి.మీ. వేగంతో వెళ్లి తిరుగు ప్రయాణంలోగంటకు 4 కి.మీ. వేగంతో వస్తాడు. ఆ మొత్తం ప్రయాణానికి పట్టేకాలం 7 గంటలైతే అతడి స్కూలుకు, ఊరికి మధ్య ఉన్న దూరమెంత ?

సాధన: సరాసరి వేగం

$= \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = \frac{2\times3\times4}{7} = \frac{24}{7}$ కి.మీ./గం

మొత్తం దూరం = సరాసరి వేగం × కాలం

$= (\frac{24}{7}\times7)$ కి.మీ. = 24 కి.మీ.

¤ ఒక వ్యక్తి మొదటి 300 కి.మీ.లను 30 కి.మీ.ల వేగంతో, ఆ తరువాత 400 కి.మీ.లను గంటకు 100 కి.మీ.ల వేగంతో ప్రయాణిస్తే అతడి ప్రయాణ సగటు వేగం ఎంత?

సాధన: దూరం D1 = 300 కి.మీ.

వేగం S1 = 30 కి.మీ/గం.

కాలం$(T_1) = \frac{D_1}{S_1} = \frac{300}{30} = 10$ గంటలు

దూరం D2 = 400కి.మీ. వేగం S2 = 100 కి.మీ./గం

కాలం $(T_2) = \frac{D_2}{S_2} = \frac{400}{100} = 4$ గంటలు

పై సమస్యలో దూరాలు వేర్వేరు కాబట్టి

సగటు వేగం $= \frac{D_1+D_2}{T_1+T_2} = \frac{300+400}{10+4} = \frac{700}{14} = 50$ కి.మీ/గం.

¤ ఒకరైలు ఇంజిన్ చక్రాల పరిధి $4\frac{2}{7}$ మీ. అది 7 భ్రమణాలు చేయడానికి 4 సెకన్లు తీసుకుంటే ఆ రైలు వేగాన్ని కి.మీ/గం.లో తెలపండి.

సాధన: చక్రం పరధి = $4\frac{2}{7}$ మీటర్లు $= \frac{30}{7}$ మీటర్లు ఒక భ్రమణానికి $\frac{30}{7}$ మీ. ప్రయాణించింది.

కాబట్టి 7 భ్రమణాలకు $7 \times \frac{30}{7} = 30$ మీటర్లు ప్రయాణించింది.

కాలం = 4 సెకన్లు

$$\therefore \text{ వేగం} = \frac{\text{దూరం}}{\text{కాలం}} = \frac{30}{4} \text{ మీ./సె.}$$

$$= \left(\frac{30}{4} \times \frac{18}{5}\right) \text{ కి.మీ./గం.} = 27 \text{ కి.మీ./గం}$$

¤ ఒక వ్యక్తి తన ఇంటి నుంచి ఆఫీసుకు స్కూటర్‌పై గంటకు 30 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణిస్తే 10 నిమిషాలు ఆలస్యంగా చేరుకుంటాడు. గంటకు 40 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణిస్తే 5 నిమిషాలు ముందు చేరుకుంటాడు. అయితే ఆఫీసుకు ఇంటికి మధ్య ఉన్న దూరమెంత ?

సాధన: ఆఫీసుకు ఇంటికి ఉన్న దూరం x కి.మీ. అనుకుంటే, గంటకు 30 కి.మీ. వేగంతో x కి.మీ. ప్రయాణించడానికి పట్టేకాలం $\frac{x}{40}$ గంటలు

కాలాల మధ్య వ్యత్యాసం = 15 నిమిషాలు

$$= \frac{15}{60} \text{ గంటలు} = \frac{1}{4} \text{ గంటలు}$$

$$\therefore \frac{x}{30} - \frac{1}{4}, \quad x = 30 \text{ కి.మీ.}$$

Short cut Method:

$$\text{దూరం} = \frac{40 \times 30}{40 - 30} \times \frac{(10 + 5)}{60} = 3 \text{ కి.మీ.}$$

¤ ఒక వ్యక్తి గంటకు 12 కి.మీ. వేగంతో నడుస్తున్నాడు. ప్రతి కి.మీ.కు 12 నిమిషాలు ఆగుతున్నాడు. అతడు 36 కి.మీ.లు ప్రయాణించడానికి పట్టే సమయమెంత?

సాధన: వ్యక్తి వేగం = 12 కి.మీ./గం.

దూరం = 36 కి.మీ.

$$\text{కాలం} = \frac{\text{దూరం}}{\text{వేగం}} = \frac{32}{12} = 3 \text{ గంటలు}$$

కానీ ప్రతి కి.మీ.కు 12 నిమిషాలు విరామం అంటే $\frac{12}{60}$ గంటలు అవుతుంది.

విరామ సమయం = $35 \times \frac{12}{60} = 7$ గంటలు

మొత్తం కాలం = (3 + 7) = 10 గంటలు

¤ గంటకు 25 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణించే ఒక రైలు ఉదయం 9 గంటలకు ఢిల్లీ నుంచి బయలుదేరింది. మరో రైలు గంటకు 35 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణిస్తూ మధ్యాహ్నం 2 గంటలకు అదే దిశలో బయలుదేరితే, బయలు దేరిన స్థానం నుంచి ఎన్ని కి.మీ. దూరంలో అవి రెండూ కలుసుకుంటాయి?

సాధన: రెండు రైళ్లు కలుసుకునే దూరం = x కి.మీ. అనుకుంటే మొదటి రైలు x కి.మీ. ప్రయాణం చేయడానికి పట్టేకాలం = $\frac{x}{25}$ గంటలు రెండో రైలు x కి.మీ. ప్రయాణం చేయడానికి పట్టేకాలం = $\frac{x}{35}$ గంటలు కాలాల మధ్య వ్యత్యాసం

$$\frac{x}{25} - \frac{x}{35} = 2P.M - 9P.M = 5 \text{ గంటలు}$$

$$\frac{x}{25} - \frac{x}{35} = 5$$

$$\therefore x = \frac{35 \times 25 \times 5}{10} = 437\frac{1}{2} \text{ కి.మీ.}$$

రెండు రైళ్లు బయలుదేరిన స్థానం నుంచి $437\frac{1}{2}$ కి.మీ. తర్వాత ఒకదానినొకటి కలుసుకుంటాయి.

Shortcut : $\frac{35 \times 25 \times (2P.M - 9.P.M)}{35 - 25} = 437\frac{1}{2}$ కి.మీ.

¤ A, B అనే వ్యక్తులు P అనే స్థలం నుంచి గంటకు 4 కి.మీ., 5 కి.మీ. వేగంతో బయలుదేరారు. వారిద్దరూ ఒకే దిశలో ప్రయాణిస్తే 4 గంటల తర్వాత వారిద్దరి మధ్య దూరమెంత?

సాధన: A వేగం = 4 కి.మీ/గం. B వేగం = 5 కి.మీ./గం.

A, B ల సాపేక్ష వేగం = 5 - 4 = 1 కి.మీ./గం.

4 గంటల తర్వాత వారిమధ్య

దూరం = వేగం × కాలం

= 1 × 4 = 4 కి.మీ

¤ 900 కి.మీ. పొడవున్న ఒక రోడ్డు మీద ప్రతి 10 కి.మీ.కు ఒక మొక్క నాటాలని ఒక స్వచ్ఛంద సంస్థ ప్రతినిధులు భావిస్తే కావలసిన మొక్కల సంఖ్య ఎంత?

సాధన: కావలసిన మొక్కల సంఖ్య = $\frac{\text{రోడ్డు మొత్తం పొడవు}}{\text{రెండు మొక్కల మధ్యదూరం}} + 1$

$= \frac{900}{10} + 1$

$= 91$

¤ ఒక కోతి 14 మీటర్లు పొడవున్న ఒక స్తంభాన్ని ఎక్కడానికి ప్రయత్నించే క్రమంలో ప్రతి నిమిషానికి 2 మీటర్లు ఎక్కి, 1 మీటరు జారిపోతుంది. ఆ స్తంభం చివరకు చేరుకోవడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?

సాధన: ప్రతి 2 నిమిషాలకు 2 మీటర్లు ఎక్కి, 1 మీటరు జారిపోతుంది కాబట్టి ప్రతి 2 నిమిషాలకు 1 మీటరు ఎక్కుతుంది. 12 మీటర్లకు 12 × 2 = 24 నిమిషాలు పడుతుంది. చివరి 2 మీటర్లకు 1 నిమిషం తీసుకుని స్తంభం చివరకు చేరుకుంటుంది. కాబట్టి

14 మీటర్ల పొడవున్న ఒక స్తంభం చివరకు చేరుకునేందుకు పట్టేకాలం = (24 + 1) = 25 నిమిషాలు

$$2 \times \left(\frac{\text{స్తంభం పొడవు - ఎక్కవలసిన ఎత్తు}}{\text{ఎక్కవలసిన ఎత్తు - జారిన ఎత్తు}}\right) + 1$$

$$= 2 \times \left(\frac{14-2}{2-1}\right) + 1 = 2 \times 12 + 1 = 25 \text{ నిమిషాలు}$$

¤ A, B అనే వ్యక్తులు గంటకు 20 కి.మీ., 30 కి.మీ. వేగాలతో 400 కి.మీ.దూరంప్రయాణించారు. తీ ముందుగా

గమ్యస్థానాన్ని చేరుకుని మళ్లీ తి ని కలిస్తే, ప్రారంభ స్థలం నుంచి తి ను కలుసుకున్న దూరం ఎంత?

సూత్రం: $\left(\frac{2D}{s_1+s_2}\right)\times s_1$ $D = 400$ కి.మీ.

$s_1 = 20$ కి.మీ./గం. $s_2 = 30$ కి.మీ./గం.

$= \left(\frac{2\times 400}{20+30}\right)\times 20 = \frac{2\times 400}{50}\times 20 = 320$ కి.మీ.

¤ ఒక కారు కొంత నిర్దిష్ట దూరాన్ని 10 గంటల్లో ప్రయాణించింది. మొదటి సగం దూరాన్ని గంటకు 21 కి.మీ. వేగంతో, తర్వాత సగం దూరాన్ని గంటకు 24 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణిస్తే మొత్తం దూరమెంత?

సాధన: దూరం = x కి.మీ అనుకుంటే $\frac{x}{2}$ కి.మీ. దూరాన్ని గంటకు 21 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణిస్తే

కాలం $\frac{\frac{x}{2}}{21} = \frac{x}{2\times 21}$ గంటలు

మిగిలిన $\frac{x}{2}$ కి.మీ. దూరాన్ని గంటకు 24 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణిస్తే

కాలం $\frac{\frac{x}{2}}{21} = \frac{x}{2\times 21}$ గంటలు

మొత్తం ప్రయాణ కాలం = 10 గంటలు

$$\frac{x}{2\times 21} + \frac{x}{2\times 24} = 10$$

$$x = \frac{2\times 10\times 21\times 24}{21+24} = 224 \text{ కి.మీ.}$$

Shortcut: మొత్తం దూరం $= \frac{2\times T\times S_1 S_2}{S_1+S_2}$

$$= \frac{2\times 10\times 21\times 24}{21+24} = 224 \text{ కి.మీ.}$$

Examples

1. రమణ తన ఇంటి నుంచి బస్టాండుకు 5 కి.మీ. వేగంతో వెళ్లగా బస్సు 15 నిమిషాల ముందే బయలుదేరినట్లు తెలిసింది. అదే 6 కి.మీ. వేగంతో వచ్చినపుడు 15 నిమిషాల తర్వాత బస్సు బయలుదేరింది. రమణ ఇంటికి బస్టాండుకు మధ్య ఎంత దూరం ఉంది?

జవాబు: 15 కి.మీ.

వివరణ:

దూరం = $\frac{\text{వేగాల లబ్ధం}}{\text{వేగాల బేధం}}$ X కాలం మధ్య బేధం గంటల్లో

(∴ '15' నిమిషాల ఆలస్యం '15' నిమిషాల ముందు మధ్య గల వ్యత్యాసం 30 ని. (15 +15))

2. విజయవాడ నుంచి ఒక బస్సు, ఒక రైలు వరుసగా గంటకు 45కి.మీ., 60కి.మీ. వేగాలతో బయలుదేరాయి. రైలు 3 గంటలు ముందుగా హైదరాబాద్ చేరింది. విజయవాడ - హైదరాబాద్ మధ్య దూరం ఎంత?

జవాబు: 540 కి.మీ.

వివరణ: పై సమస్యలోని సూత్రం అనుసరించి

$$\text{దూరం } \frac{45 \times 60}{60-45} \times 3 \times \frac{60}{60}$$

$$= \frac{45 \times 60}{15} \times 3 = 540 \text{ కి.మీ.}$$

3. ఎ, బి అనే రెండు పట్టణాల మధ్య సి గ్రామం ఉంది. కిశోర్ ఎ నుంచి సి కి గంటకు 4 కి.మీ. వేగంతో ప్రయాణించి, సి నుంచి బి కి గంటకు 6 కి.మీ. వేగంతో వెళితే ఎ నుంచి బి కి కిశోర్ ప్రయాణించే సగటువేగం ఎంత?

జవాబు: 4.8 కి.మీ.

వివరణ:

$$\text{సగటు వేగం} = \frac{2 \times \text{వేగాల లబ్ధం}}{\text{వేగాల మొత్తం}}$$

$$\text{సగటు వేగం} = \left(\frac{2 \times 4 \times 6}{4+6}\right) \text{ కి.మీ./గం.}$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{24}{10} \text{ కి.మీ./గం.} \Rightarrow \frac{48}{10} \text{ కి.మీ./గం.} \Rightarrow 4.8 \text{ కి.మీ./గం.}$$

$$\text{దూరం} = \frac{5 \times 6}{6-5} \times \frac{30}{60} \quad (\because 30 \text{ ని} = \frac{30}{60} \text{ గంట})$$

$$= \frac{5 \times 6}{1} \times \frac{30}{60}$$

$$\text{దూరం} = 30 \times \frac{30}{60} = 15 \text{ కి.మీ.}$$

4. రఘు మూడింట రెండు వంతుల దూరాన్ని గంటకు 5 కి.మీ. వేగంతో, మిగిలిన దూరాన్ని 4 కి.మీ. వేగంతో- మొత్తం దూరాన్ని 52 నిమిషాల్లో ప్రయాణిస్తే, ప్రయాణించిన దూరమెంత?

జవాబు: 4 కి.మీ.

వివరణ: ఇచ్చిన దత్తాంశం ఆధారంగా రఘు 5కి.మీ./గం. వేగంతో ప్రయాణించినదూరం $\frac{2}{3}$ D అనుకుంటే మిగిలిన దూరం $\frac{D}{3}$ ని 4 కి.మీ./గం. వేగంతో ప్రయాణించాడు. ($\because$ D= దూరం)

మొత్తం ప్రయాణ సమయం 52 నిమిషాలు.

.

$$\frac{\left(\frac{2}{3}D\right)}{5\text{ కి.మీ./గం.}} + \frac{\left(\frac{D}{3}\right)}{4\text{ కి.మీ./గం.}} = \left(\frac{52}{60}\right)\text{ గం}$$

$$\Rightarrow \frac{2D}{15\text{ కి.మీ./గం.}} + \frac{D}{12\text{ కి.మీ./గం}} = \frac{13}{15}\text{ గం}$$

$$\Rightarrow \frac{8D + 5D}{60\text{కి.మీ}} = \frac{13}{15}$$

$$\Rightarrow D = \frac{13}{15} \times \frac{60}{13}\text{ కి.మీ} = 4\text{కి.మీ}$$

5. ఒక చతురస్రాకార పొలం కర్ణం మీదుగా ఒక మనిషి ఆ కర్ణపు పొడవును 3 నిమిషాలలో 2 కి.మీ. వేగంతో నడిస్తే ఆ పొలం వైశాల్యం ఎంత?

జవాబు: $\frac{1}{200}$ చ. కి. మీ.

వివరణ:

$$\text{కర్ణం పొడవు} = 2\,\frac{\text{కి.మీ.}}{\text{గం.}} \times \frac{3}{60}\text{ గం.} = \frac{1}{10}\text{ కి.మీ.}$$

$$\boxed{\text{చతురస్ర వైశాల్యం} = \frac{(\text{కర్ణం})^2}{2}}$$

$$\text{చతురస్ర వైశాల్యం} = \frac{\left(\frac{1}{10}\text{ కి.మీ.}\right)^2}{2}$$

$$\frac{1}{200}\text{కి.మీ.}^2 \quad \text{లేదా} \quad \left(\frac{1}{200}\text{ చ.కి.మీ.}\right)$$

6. ఒక చతురస్రాకార పొలం కర్ణం మీదుగా ఒక మనిషి ఆ కర్ణపు పొడవును 3 నిమిషాలలో 2 కి.మీ. వేగంతో నడిస్తే ఆ పొలం వైశాల్యం ఎంత?

జవాబు: 50 కి. మీ.

జవాబు: 50 కి. మీ.

వివరణ:

$$\frac{600}{S} - \frac{600}{S+10} = 3 \qquad (\because S = \text{కారు వేగం})$$

$$= \frac{600(S) + 6000 - 600(S)}{S(S+10)} = 3$$

=3S2+30S=6000

=S2+10S-2000=0

=(S-50)(S+45)=0

=S=50 కి.మీ./గం.

7. ఎ, బి, సి అనే మూడు వాహనాల్లో ఎ వేగం బి కి రెండింతలు. బి వేగం సి కి మూడింతలు. ఒకప్రయాణ దూరాన్ని ఎ 7

నిమిషాల్లో పూర్తిచేస్తే, అంతే దూరాన్ని సి ఎంత సమయంలో పూర్తి చేయవచ్చు?

జవాబు: 42 ని

వివరణ: A, B, C వేగాలు వరుసగా = 6S,3S,S

'A' కాలం '7' నిమిషాలు

$\frac{D}{6S} = 7$ (∵ 'S' వేగం)

D=42S (∵ D= దూరం)

'C' కాలం = $\frac{42S}{S}$ =42 నిమిషాలు

8. ఎ నుంచి 7 గంటలకు బయలుదేరిన బస్సు బి కి 11 గంటలకు చేరింది. 9 గంటలకు బి నుంచి బయలుదేరిన మరో బస్సు ఎ కి 11 గంటలకు చేరితే, ఆ రెండు బస్సులు కలిసే సమయమేది?

జవాబు: 9.40

వివరణ: A వేగం = $\frac{D}{4}$, 'B' వేగం = $\frac{D}{2}$

A, B లు రెండు 'T' గంటలు తరువాత కలుస్తాయి లెక్క ప్రకారం

$\therefore \frac{D}{4} \times T + \frac{D}{2}(T-2)=D$

$\therefore D(T+2T-4)=4D$

3T-4=4 T= $\frac{8}{3}$ గం

∴ 2 గంటల 40 నిమిషాలు

A, B లు కలిసే సమయం = 7.00 + 2.40 = 9.40

9. 300 మీటర్లు, 400 మీటర్లు పొడవున్న రెండు రైళ్లు గంటకు 100 కి.మీ., 'X' కి.మీ. వేగాలతో ఒకే దిశలో వెళుతున్నాయి. మొదటి రైలు రెండో రైలును దాటడానికి 36 సెకన్లు పడితే 'X' విలువ ఎంత?

జవాబు: 30 కి.మీ.

వివరణ: రెండు రైళ్లు ఒకే దిశలో ప్రయాణించినపుడు అవి రెండు కలుసుకునే సమయానికి సూత్రం

$$\boxed{\frac{D_1+D_2}{S_1-S_2}=T}$$

$\therefore \frac{(300\text{మీ} + 400\text{మీ}}{100\text{కి.మీ./గం.} - X\text{కి.మీ./గం.}}$ = 36 సెకన్లు

$\frac{0.7\text{ కి.మీ./గం}}{(100-x)\text{కి.మీ}} = \frac{36}{3600}$ (∵ గం. = 3600 సెకన్లు)

$\frac{0.7}{(100-x)} = \frac{1}{100}$

∴ 70=100-x

∴ x=30 కి.మీ./గం.

10. ఆనంద్, భాస్కర్ వాహనాలను నడిపే వేగాల నిష్పత్తి 6 : 5. ఆనంద్ 30 కి.మీ. దూరాన్ని ఎంత సమయంలో చేరతాడో, అంతే కాలంలో భాస్కర్ ఎంత దూరం ప్రయాణించి ఉంటాడు?

జవాబు: 25 కి.మీ.

వివరణ: ఆనంద్‌కు పట్టిన కాలం $= \frac{30}{6x} = \frac{5}{x}$

$\therefore$ భాస్కర్ ప్రయాణించే దూరం $= 5x \times \frac{5}{x}$

$= 25$ కి.మీ.

11. ఒక రైలు 100మీటర్ల పొడవైన వంతెనను 26 సెకన్లలో, ఒక టెలిఫోన్ స్తంభాన్ని 15 సెకన్లలో దాటితే ఆ రైలు పొడవు ఎంత?

జవాబు: 150మీ.

వివరణ: ($\because$ రైలు పొడవు 'L' అనుకుంటే)

$\therefore \frac{L+100}{25} = \frac{L}{15}$

$\therefore \frac{L+100}{5} = \frac{L}{3}$

$5L = 3L + 300$

$2L = 300$

$\therefore L = 150$ మీ (రైలు పొడవు)

12. ఒక రైలు పక్కన అదే దిశలో ఇద్దరు యువకులు 2 కి.మీ., 4 కి.మీ. వేగాలతో నడుస్తున్నారు. ఆ రైలు వరుసగా 9 సెకన్లు, 10 సెకన్లలో వారిని దాటితే ఆ రైలు పొడవు ఎంత?

జవాబు: 100 మీ.

వివరణ:

$\therefore \frac{\text{రైలుపొడవు} \times 18}{(x-2)5} = 9$ సె.

$\therefore x = \frac{2 \times \text{రైలుపొడవు} + 10}{5}$ ------(1)

$\therefore \frac{\text{రైలుపొడవు} \times 18}{(x-4) \times 5} = 10$

$\therefore x = \frac{9 \times \text{రైలుపొడవు} + 100}{25}$ -------(2)

$\therefore x = \frac{2 \times \text{రైలుపొడవు} + 10}{5}$

$= \frac{9 \times \text{రైలుపొడవు} + 100}{25}$

$10 \times$ రైలుపొడవు $= 9 \times$ రైలుపొడవు $+ 100$

$\therefore$ రైలుపొడవు $= 100$ మీ.

13. గాలి గంటకు 3 కి.మీ. వేగంతో వీచేటప్పుడు ఒక బాలుడు సైకిలుపై గాలికి అభిముఖంగా కొంత దూరం వెళ్లాడు. అంతే

వేగంతో వెనక్కు రాగా రెండింతల దూరం వెళ్లాడు. గాలి నిలకడగా ఉన్నప్పుడు గంటకు అతడి వేగం ఎంత?

జవాబు: 9 కి. మీ.

వివరణ: ఇచ్చిన దత్తాంశం నుంచి

$\therefore \frac{D}{X-3} = \frac{2D}{X+3}$ ($\because$ D = దూరం)

($\because$ X = వేగం)

=x+3=2x-6

=3+6=2x-x

x= $9(\frac{\text{కి.మీ}}{\text{గం}})$

14. ఒక వృత్తాకార మైదానం చుట్టూ ఒక మనిషి 1.5మీ./సె. వేగంతో 44 సెకన్లలో పరుగెత్తగలడు. ఆ వృత్తకేంద్రం నుంచి అంచువరకు ఎంతకాలంలో పరుగెత్తగలడు?

జవాబు: 7 సె.

వివరణ:

$\therefore 2\Pi r = 1.5 \frac{\text{మీ}}{\text{సె}} \times 44$ సె.

$\therefore r = \frac{1.5 \times 44}{2 \times 22} \times 7$ మీ. = 10.5 మీ

కాలం = $\frac{10.5 \text{ మీ.}}{1.5\left(\frac{\text{మీ.}}{\text{సె}}\right)}$ = 7 సెకన్లు

15. మోహన్, మురళి 900 మీటర్ల పరుగు పందెంలో పాల్గొన్నారు. మోహన్ 5 నిమిషాల్లో లక్ష్యాన్ని చేరగలిగే సమయానికి మురళి 180 మీ. వెనుక ఉంటే, వారి వేగాల నిష్పత్తి ఎంత?

జవాబు: 5:4

వివరణ:

మోహన్: మురళి = $\frac{900 \text{ మీ}}{5 \text{ ని.}} : \frac{720 \text{ మీ}}{5 \text{ ని.}}$

$= \frac{900}{5 \times 60} \frac{\text{మీ}}{\text{సె}} : \frac{720}{5 \times 60} \frac{\text{మీ}}{\text{సె}}$

$= 3 : \frac{12}{5}$

=15:12

=5:4

కాలం – పని (TIME & WORK)

¤ A ఒక పనిని x రోజుల్లో చేస్తాడనుకుందాం. ఒక రోజులో ఆ పని x వ వంతు చేయగలడు.

ఉదా: A ఒక పనిని 20 రోజుల్లో చేస్తాడనికుందాం.అప్పుడు ఒక రోజులో ఆ పనిలో 20వ వంతు చేయగలడు. అంటే ప్రతిరోజూ కచ్చితంగా ఆ పనిలో $\frac{1}{20}$ భాగం చేస్తాడని కాదు. సగటున అలా చేయగలడని అనుకోవచ్చు.

¤ B ఒక పనిలో $\frac{1}{y}$ వ భాగం ఒక రోజులో చేస్తాడనుకుంటే ఆ పని చేయడానికి B కి పట్టే రోజులు y.

ఉదా: B ఒక పనిలో వ భాగం ఒక రోజులో చేస్తాడనుకుంటే ఆ పని చేయడానికి B కి పట్టే రోజులు 5.

¤ ఒక మనిషి పనిచేయగల శక్తి, పని చేయడానికి పట్టేకాలం విలోమానుపాతంలో ఉంటాయి.

ఉదా: A, B లు ఒక పనిని వరుసగా 15, 20 రోజుల్లో చేయగలరు. పని చేయగల శక్తి ఎవరికి ఎక్కువ?

సాధన: A, B లు ఒక పనిని వరుసగా 15, 20 రోజుల్లో చేయగలరు. వారి నిష్పత్తి

A : B
15 : 20
3 : 4

A కి పని చేయగల శక్తి ఎక్కువ (ఒక వ్యక్తి పనిచేయగల శక్తి అతడు పని చేయడానికి పట్టే కాలం విలోమాను పాతంలో ఉంటాయి.)

¤ A, B లు ఒక పనిని వరుసగా x, y రోజుల్లో చేయగలరు. ఇద్దరు కలిసి ఒక రోజులో చేసే పని -

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{y+x}{xy}$$

మొత్తం పని చేయడానికి పట్టే రోజులు = $\frac{xy}{x+y}$

ఉదా: రమ్య ఒక పనిని 30 రోజుల్లో, శుభ అదే పనిని 20 రోజుల్లో పూర్తి చేస్తారు. ఇద్దరూ కలిసి దాన్ని ఎన్ని రోజుల్లో పూర్తిచేయగలరు?

సాధన: రమ్య పని చేసిన రోజులను x, శుభ చేసిన రోజులను y అనుకుంటే పైన చెప్పినట్టు మొత్తం పని పని చేయడానికి పట్టే రోజులు = $\frac{xy}{x+y}$

x = 30, y = 20 $\Rightarrow \frac{30\times 20}{30+20}=12$ రోజులు

¤ A, B లు కలిసి ఒక పనిని x రోజుల్లో చేయగలరు. A లేదా B ఒక్కరే దాన్ని y రోజుల్లో పూర్తి చేస్తే మిగిలిన వారు ఒక్కరే ఒక రోజులో చేసే పని

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{y-x}{xy}$$

మిగిలినవారు అంటే A లేదా B ఒక్కరే మొత్తం పని చేయడానికి పట్టే రోజులు $\frac{xy}{y-x}$ y > x

ఉదా: A, B లు కలిసి ఒక పనిని 15 రోజుల్లో చేయగలరు. B ఒక్కడే అదే పనిని 20 రోజుల్లో చేయగలడు. అయితే A ఒక్కడే దాన్ని ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలడు?

సాధన: A, B లు కలిసి ఒక పనిని చేసిన రోజులు x, B ఒక్కడే అదే పనిని చేసిన రోజులు y అనుకుంటే,

A ఒక్కడే పూర్తి చేయడానికి పట్టే రోజులు = $\frac{xy}{y-x}$

x = 15, y = 20

A ఒక్కడే పూర్తి చేయడానికి పట్టే రోజులు = $\frac{15\times 20}{20-15}$

$= \frac{15\times 20}{5} = 60$ రోజులు

¤ M1T1D1W2 = M2T2W1

M = మనుషులు లేదా యంత్రాలు T = కాలం D = రోజులు W = పని

Examples

1. అలోక్ ఒక పనిని 15 రోజుల్లో, కౌశిక్ అదే పనిని 10 రోజుల్లో చేయగలరు. ఇద్దరూ కలిసి దాన్ని ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలరు?

జవాబు: 6 రోజులు

2. రాజేష్, అజయ్ కలిసి ఒక పనిని 16 రోజుల్లో చేశారు. రాజేష్ ఒక్కడే ఆ పనిని 24 రోజుల్లో చేస్తాడు. అజయ్ ఒక్కడే ఆ పనిని ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలడు?

జవాబు: 48 రోజులు

3. జాన్ ఒక పనిని 15 రోజుల్లో చేయగలడు. జిల్, జాన్ కంటే 50% ఎక్కువ పని సామర్థ్యం ఉన్నవాడు. ఇద్దరూ కలిసి ఆ పనిని ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలరు?

జవాబు: 6 రోజులు

4. తపర్, మిహిర్ కంటే రెట్టింపు పని సామర్థ్యం ఉన్నవాడు. ఇద్దరూ కలిసి ఆ పనిని 12 రోజుల్లో చేయగలరు. తపస్ ఒక్కడే ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలడు?

జవాబు: 18 రోజులు

5. నీలం, ఉషా, మీనా వరుసగా ఒక పనిని 10, 12, 15 రోజుల్లో పూర్తి చేస్తారు. ముగ్గురూ కలిసి అదే పనిని ఎన్ని రోజుల్లో పూర్తి చేస్తారు?

జవాబు: 4 రోజులు

6. A ఒక పని చేసేందుకు A, B కలిసి చేసిన పనికంటే 16 రోజులు ఎక్కువగా, B అదే పనిని A, B కలిసి చేసిన పని కంటే 4 రోజులు ఎక్కువగా తీసుకున్నారు. ఇద్దరూ కలిసి ఆ పనిని ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలరు?

జవాబు: 8 రోజులు

7. 20 మంది స్త్రీలు ఒక పనిని 16 రోజుల్లో చేయగలరు. 16 మంది పురుషులు అదే పనిని 15 రోజుల్లో చేయగలరు. స్త్రీ, పురుషుల పని సామర్థ్యం మధ్య నిష్పత్తి ఎంత?

జవాబు: 3 : 4

8. మోహన్ ఒక పనిని x రోజుల్లో చేస్తాడు. పనిని ప్రారంభించిన 2 రోజుల తర్వాత వర్షం వచ్చి పని ఆగిపోయింది. మిగిలిన పని ఎంత?

జవాబు: $\frac{x-2}{2}$

9. ముఖేష్, అనిల్, సుమిత్ ముగ్గురూ సివిల్ ఇంజినీర్లు. ఒక బిల్డింగ్ ప్లాన్ వేయడానికి ముఖేష్ కు 5 గంటలు, అనిల్ కు 4 గంటలు పట్టింది. ఆ ముగ్గురూ కలిసి 2 గంటల్లో ప్లాన్ వేయగలరు. అయితే సుమిత్ ఒక్కడే ఎంత సమయంలో ప్లాన్ వేయగలడు?

జవాబు: 20 గంటలు

10. అమూల్య ఒక పనిని 50 రోజుల్లో, బిందు 40 రోజుల్లో చేయగలరు. ఇద్దరూ కలిసి పనిని ప్రారంభించిన 10 రోజుల తర్వాత అమూల్య వదిలి వెళ్లింది. మిగిలిన పనిని బిందు ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలదు?

జవాబు: 22 రోజులు

11. A, B ఒక పనిని 12 రోజుల్లో చేయగలరు. A అదే పనిని 20 రోజుల్లో చేయగలడు. B ప్రతి రోజూ సగం దినం (Half day) పని చేస్తే ఇద్దరూ కలిసి ఆ పనిని ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలరు?

జవాబు: 15 రోజులు

12. A, B లు వరుసగా ఒక పనిని 20, 15 రోజుల్లో చేయగలరు. ఇద్దరూ కలిసి పనిని ప్రారంభించాక A పనిని వదిలివెళ్లాడు. మిగిలిన పనిని B ఒక్కడే 8 రోజుల్లో చేయగలడు. అయితే A పనిని ప్రరంభించిన ఎన్ని రోజుల తర్వాత పనిని వదిలి వెళ్లాడు?

జవాబు: 4 రోజులు

13. A కి B కంటే రెట్టింపు సామర్థ్యం C కంటే 3 రెట్లు ఎక్కువ సామర్థ్యం ఉంది. ముగ్గురూ కలిసి ఒక పనిని 2 రోజుల్లో చేయగలరు. అయితే B ఒక్కడే ఎన్ని రోజుల్లో చేయగలడు?

జవాబు: 6 రోజులు

పైపులు - తొట్టెలు (pipes)

* తొట్టిని నింపడానికి, ఖాళీ చేయడానికి పైపు ఉపయోగపడుతుంది.
* నింపేది కూడికగా (in let), ఖాళీచేసేది తీసివేతగా (out let) పరిగణించాలి.
* ఒక పంపు ఒక నీళ్ల ట్యాంకును నింపడానికి x గంటలు పడితే, ఒక గంటలో ఆ పంపు నింపే భాగం = $\frac{1}{x}$
* ఒక పంపు నిండి ఉన్న నీళ్ల ట్యాంకును y గంటల్లో ఖాళీచేస్తే ఒక గంటలో ఆ పంపు ఖాళీ చేసే భాగం = $\frac{1}{y}$
* ఒక పంపు ట్యాంకును x గంటల్లో నింపుతుంది. నిండి ఉన్న ట్యాంకును మరో పంపు y గంటల్లో ఖాళీ చేస్తుంది. (y>x) రెండు పంపులు ఒకేసారి తెరిస్తే 1 గంటలో నిండే భాగం = $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$
* ఒక పంపు ట్యాంకును x గంటల్లో నింపుతుంది. నిండి ఉన్న ట్యాంకును మరో పంపు y గంటల్లో ఖాళీ చేస్తుంది. (x>y) రెండుపంపులు ఒకేసారి పనిని ప్రారంభిస్తే 1 గంటలో ఖాళీచేసే భాగం = $\frac{1}{y}-\frac{1}{x}$.

1) A , B అనే రెండు పంపులు ఒక ట్యాంకును వరుసగా 20, 30 నిమిషాల్లో నింపుతాయి. రెండు పంపులు ఒకేసారి పని ప్రారంభిస్తే ట్యాంకు ఎంతకాలంలో నిండుతుంది?

జవాబు: 12 నిమిషాలు అవుతుంది. ఈ ప్రశ్నలో A అనే పంపు 1 నిమిషంలో నింపే భాగం = 1/20, B అనే పంపు 1 నిమిషంలో నింపే భాగం = 1/30 రెండు పంపులు 1 నిమిషంలో నింపే భాగం

$$=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{3+2}{60}$$

$$=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$$

Short cut:

$$=\frac{20\times 30}{20+30}$$

$$\frac{20\times 30}{50}=12 \text{ నిమిషాలు}$$

రెండు పంపులు మొత్తం ట్యాంకు నింపడానికి 12 నిమిషాలు పడుతుంది.

2) ఒక పంపు ఒక ట్యాంకును 4 గంటల్లో నింపుతుంది. మరొక పంపు అదే ట్యాంకును 9 గంటల్లో ఖాళీచేస్తుంది. రెండు పంపులను ఒకేసారి తెరిచినట్లయితే ఆ ట్యాంకు ఎంతకాలంలో నిండుతుంది?

జవాబు: 7.2 గంటలు అవుతుంది. ఈ ప్రశ్నలో ఒక పంపు 1 గంటలో నింపే భాగం = $\frac{1}{4}$

మరొక పంపు 1 గంటలో ఖాళీ చేసే భాగం = $\frac{1}{9}$

రెండు పంపులు 1 గంటలో నింపే భాగం

$$=\frac{1}{4}-\frac{1}{9}$$

$$=\frac{9-4}{36}$$

$$=\frac{5}{36}$$

Short cut:

$$=\frac{4\times 9}{9-4}=\frac{4\times 9}{5}$$

$$\frac{36}{5}=7.2 \text{ గంటలు}$$

మొత్తం ట్యాంకు నిండటానికి పట్టేకాలం = 36/5 = 7.2 గంటలు.

3) ఒక ట్యాంకును A అనే పంపు 5 గంటల్లో, B అనే పంపు 10 గంటల్లో, C అనే పంపు 30 గంటల్లో నింపుతాయి. 3 పంపులు ఒకేసారి తెరిచినట్లయితే ఎంత సమయంలో ట్యాంకు నిండుతుంది?

జవాబు: 3 అవుతుంది. ఈ పశ్నలో A అనే పంపు 1 గంటలో నింపే భాగం = $\frac{1}{5}$,

B అనే పంపు 1 గంటలో నింపే భాగం = $\frac{1}{10}$,

C అనే పంపు 1 గంటలో నింపే భాగం = $\frac{1}{30}$. అయితే

3 పంపులు 1 గంటలో నింపే భాగం

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{6+3+1}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Shortcut:

$$= \frac{5 \times 10 \times 30}{10 \times 30 + 5 \times 30 + 5 \times 10} = \frac{5 \times 10 \times 30}{300 + 150 + 50} = \frac{5 \times 10 \times 30}{500} = 3$$

మొత్తం ట్యాంకు నిండడానికి పట్టే కాలం = 3 గంటలు.

4) A, B అనే పంపులు ఒక ట్యాంకును వరుసగా 5, 6 గంటల్లో నింపుతాయి. C అనే పంపు 12 గంటల్లో ఖాళీ చేస్తుంది. 3 పంపులు ఒకేసారి తెరిచినట్లయితే ట్యాంకు ఎంత కాలంలో నిండుతుంది?

జవాబు: $3\frac{9}{17}$ గంటలు అవుతుంది.

ఈ ప్రశ్నలో A పంపు 1 గంటలో నింపే భాగం $\frac{1}{5}$, B పంపు 1 గంటలో నింపే భాగం $\frac{1}{6}$ వంతు, ది పంపు 1 గంటలో ఖాళీచేసే భాగం $\frac{1}{12}$ అవుతుంది. తరువాత నింపే పంపులను కూడాలి, ఖాళీచేసే పంపును తీసివేయాలి. 3 పంపులు 1 గంటలో నింపే భాగం

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{12+10-5}{60} = \frac{22-5}{60} = \frac{17}{60}$$

Shortcut:

$$= \frac{5 \times 6 \times 12}{6 \times 12 + 5 \times 12 - 5 \times 6} = \frac{5 \times 6 \times 12}{72 + 60 - 30} = \frac{5 \times 6 \times 12}{102} = \frac{60}{17} = 3\frac{9}{17} \text{ గంటలు.}$$

మొత్తం ట్యాంకు నిండటానికి పట్టేకాలం = $\frac{60}{17}$ గంటలు.

దీన్ని $3\frac{9}{17}$ గంటలుగా రాయవచ్చు.

5) ఒక పంపు ఒక ట్యాంకును నింపుతుంది. మరో పంపుకు ఈ పంపు కంటే 3 రెట్లు ఎక్కువ సామర్థ్యం ఉంది. రెండు పంపులు కలిపి ఒక ట్యాంకును 36 నిమిషాల్లో నింపుతాయి. ఆలస్యంగా నింపే పంపు ఎంత సమయంలో ట్యాంకును నింపుతుంది?

జవాబు: 144 నిమిషాలు అవుతుంది. ఈ ప్రశ్నలో వేగంగా నింపే పంపును x ఆలస్యంగా నింపే పంపును 3x అనుకోవాలి. 1 నిమిషంలో అవి వరుసగా నింపే భాగాలు $\frac{1}{X}$, $\frac{1}{3x}$ రెండు పంపులు కలిపి

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{36}$$

$$= \frac{3+1}{3x} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{4}{3x} = \frac{1}{36}$$

(అడ్డ గుణకారం చేస్తే)

Shortcut:

$$\frac{x \times 3x}{x + 3x} = 36$$

$$\frac{3x}{4x} = 36$$

$3x = 36 \times 4 = 144$ నిమిషాలు.

$3x = 36 \times 4$

$3x = 144$ నిమిషాలు.

6) ఒక పంపు ఒక ట్యాంకును 6 గంటల్లో నింపుతుంది. సగం ట్యాంకు నిండిన తర్వాత అదే పని సామర్థ్యం ఉన్న మరో 3 పంపులు మొత్తం ట్యాంకును నింపడానికి ఎంత సమయం పడుతుంది?

జవాబు: 3 గంటల 45 నిమిషాలు అవుతుంది.

ఈ ప్రశ్నలో ఒక పంపు 6 గంటల్లో నింపుతుంది. సగం ట్యాంకు నిండటానికి 3 గంటలు పడుతుంది.

4 పంపులు 1 గంటలో నింపే భాగం = $4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

ట్యాంకు ఇంకా సగ భాగం మిగిలింది = $\frac{1}{2}$

సగభాగం నాలుగు పంపులు నింపడానికి పట్టేకాలం =

$\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times 60 = 45$ నిమిషాలు.

$\therefore$ మొత్తం ట్యాంకు నిండటానికి పట్టేకాలం 3 గంటల 45 నిమిషాలు.

7) A అనే పంపు ఒక ట్యాంకును 8 గంటల్లో నింపుతుంది. B అనే పంపు అదే ట్యాంకును 4 గంటల్లో ఖాళీ చేస్తుంది. అయితే రెండు పంపులు ఒకేసారి తెరిచినట్లయితే ఎంత సమయంలో ట్యాంకు నిండుతుంది?

జవాబు: సాధ్యం కాదు అవుతుంది.

ఈ ప్రశ్నను జాగ్రత్తగా పరిశీలించిన తర్వాత జవాబును కనుక్కోవాలి. ఇందులో నింపే పంపు 8 గంటలలో నింపుతుంది. ఖాళీ చేసే పంపు 4 గంటల్లో ఖాళీ చేస్తుంది. కాబట్టి ట్యాంకు నిండటానికి అవకాశం లేదు.

8) ఒక పైపు ఒక ట్యాంకును 2 గంటల్లో నింపుతుంది. ట్యాంకు అడుగు భాగంలో లీకేజి ఉండటం వల్ల ఆ ట్యాంకు 2 1/3 గంటల్లో నిండుతుంది. నిండి ఉన్న ట్యాంకు లీకేజి వల్ల ఎంతలో ఖాళీ అవుతుంది?

జవాబు: 14 గంటలు అవుతుంది.

పైపు 2 గంటల్లో నింపుతుంది. అది 1 గంటలో నింపే భాగం = $\frac{1}{2}$ లీకేజి ఉండటం వల్ల అది 2 $\frac{1}{3}$ గంటల్లో నిండుతుంది. ఇది 1 గంటలో ఖాళీ చేసే

భాగం = $\frac{1}{\frac{7}{3}} = \frac{3}{7}$

లీకేజి 1 గంటలో చేసేపని

$= \frac{1}{2} - \frac{3}{7}$

$\frac{7-6}{14} = \frac{1}{14}$

Short cut :

$= 2\left(1+\frac{2}{\frac{1}{3}}\right)$ — లేదా

$= 2(1+\frac{2\times 3}{1})$

$= 2(1+6) = 14$ గంటలు.

మొత్తం ట్యాంకు 14 గంటల్లో ఖాళీ అవుతుంది.

9) రెండు పైపులు A , B ఒక ట్యాంకును వరుసగా 15, 20 నిమిషాల్లో నింపుతాయి. రెండు పైపులు ఒకేసారి పని ప్రారంభించాయి. 4 నిమిషాల తర్వాత A పైపు మూసివేశారు. అయితే మొత్తం ట్యాంకు ఎంత సమయంలో నిండుతుంది?

జవాబు: 14 నిమిషాల 40సెకన్లు అవుతుంది.

ఈ ప్రశ్నలో ఎ, బి పైపులు 1 నిమిషంలో నింపే భాగం = $\frac{1}{15}+\frac{1}{20}$

$= \frac{4+3}{60} = \frac{7}{60}$

4 నిమిషాల్లో ఆ రెండు పైపులు నింపే భాగం.

$= \frac{7}{60}\times 4 = \frac{7}{15}$

మిగిలినభాగం = $1-\frac{7}{15} = \frac{8}{15}$ ఈ భాగం Bపైపు నింపాలి.

$= \frac{8}{15}\times 20 = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$ నిమిషాలు అంటే

= 10 నిమిషాల 40 సెకన్లు.

మొత్తం ట్యాంకు నిండటానికి పట్టేకాలం

= 4 నిమిషాలు + 10 నిమిషాలు, 40 సెకన్లు.

14 నిమిషాల 40 సెకన్లు.

Short cut:

$20-4-\frac{20\times 4}{15}$

$= 16-\frac{16}{3} = \frac{48-16}{3} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$ ని.

$= 4+10\frac{2}{3}$ నిమిషాలు

= 4+10 నిమిషాలు 3

= 14 నిమిషాల 40 సెకన్లు.

10) 3 పైపులు A, B, C లు కలిసి ఒక ట్యాంకును 6 గంటల్లో నింపుతాయి. మూడింటిని ప్రారంభించిన 2 గంటల తర్వాత C

పైపును ఆపివేశారు. మిగిలిన ట్యాంకును A, B లు కలిసి 7 గంటల్లో నింపాయి. C ఒక్కటే ఆ ట్యాంకును ఎన్ని గంటల్లో నింపగలదు?

జవాబు: 14 అవుతుంది.

ఈ ప్రశ్నలో 3 పైపులు 1 గంటలో నింపేభాగం = $\frac{1}{6}$ తర్వాత 2 గంటల్లో నింపే భాగం = $\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$

మిగిలిన భాగం = $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

A , B 7 గంటల్లో = $\frac{2}{3}$ వ వంతు నింపుతాయి.

1 గంటలో నింపే భాగం = $\frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{21}$

C = (A+B+C)-(A+B) = $\frac{1}{6} - \frac{2}{21} = \frac{7-4}{42}$

$= \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$

C పైపు ఒక్కటే 14 గంటల్లో నింపుతుంది.

Short cut:

$\frac{6 \times 7}{7-6+2} = \frac{6 \times 7}{3}$ = 14 గంటలు.

11) 2 పైపులు A, B కలిసి ఒక ట్యాంకును 4 గంటల్లో నింపుతాయి. B అనే పైపు ఒక్కటే ట్యాంకును నింపడానికి A కంటే 6 గంటలు ఎక్కువగా తీసుకుంది. అయితే A పైపు ఒక్కటే ఎంత సమయంలో ట్యాంకును నింపుతుంది?

జవాబు: 6 గంటలు అవుతుంది.

A అనే పైపు ఒక్కటే x గంటల్లో ట్యాంకును నింపుతుంది. అప్పుడు B అనే పైపు (x+6) గంటల్లో నింపుతుంది. రెండు పైపులు 1 గంటలో నింపే భాగం

$= \frac{1}{x} + \frac{1}{(x+6)} = \frac{1}{4}$

=> $\frac{x+6+x}{x(x+6)} = \frac{1}{4}$ (అడ్డ గుణకారం చేస్తే)

=> 4 (2x + 6) = x (x + 6)

=> 8x+24 = x2+6x

=> x2+6x-8x-24 = 0

=> x2-2x-24 = 0

=> x2-6x+4x-24 = 0

=> x(x-6)+4(x-6) = 0

=> (x-6)(x+4) = 0

x = 6 గంటలు.

నిష్పత్తి – అనుపాతం (Ratio – Proportion)

¤ ఒకే ప్రమాణాలున్న రాశులను భాగాహారం చేసి పోలిస్తే వచ్చే ఫలితాన్ని ఆ రాశుల 'నిష్పత్తి' అంటారు.

¤ **a, b** అనేవి రెండు సంఖ్యలైతే వాటి నిష్పత్తి (a/b) అవుతుంది. దీన్ని a : b అని రాస్తారు.

¤ a, b నిష్పత్తిలో 'a' ని పూర్వపదం అని, 'b' ని పరపదం అని అంటారు.

ఉదా: 3 : 5 నిష్పత్తిలో 3 ను పూర్వపదం అని, 5 ను పరపదం అని అంటారు.

¤ నిష్పత్తిలోని రెండు పదాలను ఒకే సంఖ్యతో గుణించినా లేదా భాగించినా ఆ నిష్పత్తి విలువ మారదు

ఉదా: 1) 4 : 5 నిష్పత్తిని 3తో గుణిస్తే $4\times3 : 5\times3$ = 12 : 15 అవుతుంది.

ఉదా: 2) 4 : 6 నిష్పత్తిని 2తో భాగిస్తే $\frac{4}{2} : \frac{6}{2}$ = 2 : 3 అవుతుంది.

¤ నిష్పత్తులను కనిష్ఠ పదాలోలో తెలపడానికి పూర్వ, పర పదాలను ఒకే సంఖ్యతో భాగించాలి.

ఉదా: 8 : 10 నిష్పత్తిని కనిష్ఠ పదాల్లో తెలపడానికి పూర్వ, పర పదాలను 2 తో భాగించాలి.

$\frac{8}{2} : \frac{10}{2}$ = 4 : 5 అవుతుంది.

¤ a : b కి విలోమ నిష్పత్తి $\frac{1}{a} : \frac{1}{b}$ (లేదా) b : a అవుతుంది.

ఉదా: 3 : 5 కి విలోమ నిష్పత్తి $\frac{1}{3} : \frac{1}{5}$ లేదా 5 : 3 అవుతుంది.

¤ a : b : c కి విలోమ నిష్పత్తి $\frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$ (లేదా) bc : ca : ab.

ఉదా: 2 : 3 :5 కి విలోమ నిష్పత్తి $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$ (లేదా) $3\times5 : 5\times2 : 2\times3$ = 15 : 10 : 6 అవుతుంది.

¤ a : b ; c : d ; e : f ల బహుళ నిష్పత్తి (Compounded Ratio) $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f}$ (లేదా) (ace : bdf) అవుతుంది.

ఉదా: 1 : 2 ; 3 : 4 ; 5 : 6 ల బహుళ నిష్పత్తి $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{16}$ (లేదా) $(1\times3\times5 : 2\times4\times6)$ = 15 : 48 (3తో భాగిస్తే) = 5 : 16 అవుతుంది.

¤ వర్గ నిష్పత్తి a : b కి వర్గ నిష్పత్తి a2 : b2

ఉదా: 2 : 3 నిష్పత్తికి వర్గ నిష్పత్తి 22 : 32 = 4 : 9 అవుతుంది.

¤ వర్గమూల నిష్పత్తి a : b కి వర్గమూల నిష్పత్తి $\sqrt{a} : \sqrt{b}$ (లేదా) a1/2 : b1/ 2

ఉదా: 16 : 9 నిష్పత్తికి వర్గమూల నిష్పత్తి $\sqrt{16} : \sqrt{9}$ = 4 : 3 అవుతుంది.

¤ ఘన నిష్పత్తి a : b కి ఘన నిష్పత్తి a3 : b3

ఉదా: 2 : 1 నిష్పత్తికి ఘన నిష్పత్తి $2^3 : 1^3$ = 8 : 1 అవుతుంది.

¤ ఘనమూల నిష్పత్తి a : b కి ఘనమూల నిష్పత్తి a1/3 : b1/3

ఉదా: 27 : 64 నిష్పత్తికి ఘనమూల నిష్పత్తి $(27)^{1/3} : (64)^{1/3}$ దాన్ని $(3^3)^{1/3} : (4^3)^{1/3}$

$= 3^{3/3} : 4^{3/3}$

$= 3^1 : 4^1$

$= 3 : 4$ [∵ (an)m = anm]

¤ రెండు నిష్పత్తులు సమానమైతే ఆ రెండు నిష్పత్తుల్లో ఉన నాలుగు రాశులు క్రమంగా 'అనుపాతం'లో ఉన్నాయంటాం.

¤ అంటే a : b = c : d అయితే a, b, c ,d లు అనుపాతంలో ఉన్నాయంటాం.

¤ a : b = c : d అనే అనుపాతాన్ని $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ అని లేదా a : b : c : d అని కూడా సూచిస్తారు.

¤ అనుపాతంలోని నాలుగు సంఖ్యలు ఒకే జాతికి చెందినవి కావచ్చు లేదా మొదటి నిష్పత్తికిచెందిన రెండు రాశులు ఒకే జాతికి చెందినవి, రెండో నిష్పత్తికి చెందిన రెండు రాశులు వేరొక సదృశజాతికి చెందినవి కావచ్చు.

¤ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ అయితే a, b, c, d లను వరుసగా అనుపాతం మొదటి, రెండో, మూడో, నాలుగో పదాలు అంటారు.

¤ అనుపాతం మొదటి, నాలుగో పదాలైన a, d లను ' అంత్యాలు ', రెండో, మూడో పదాలైన c, d లను ' మధ్యాలు ' అంటారు.

¤ నాలుగు సంఖ్యలు అనుపాతంలో ఉంటే అంత్యాల లబ్ధం = మధ్యాల లబ్ధం. అంటేa : d = c : b అయితే ad = bc

ఉదా: $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$ అనే అనుపాతంలో అంత్యాలు = 2, 25 మధ్యాలు = 5, 10

అంత్యాల లబ్ధం = 2 × 25 = 50

మధ్యాల లబ్ధం = 5 × 10 = 50

అంత్యాల లబ్ధం = మధ్యాల లబ్ధం

¤ నాలుగు సంఖ్యలు అనుపాతంలో లేకపోతే అంత్యాల లబ్ధం ≠ మధ్యాల లబ్ధం. అంటే a : b = c : d అయితే ad ≠ bc.

ఉదా: 2, 3, 30, 40 అనే సంఖ్యలు అనుపాతంలో ఉండవు.

వీటి అంత్యాల లబ్ధం = 2 × 40 = 80

మధ్యాల లబ్ధం 3 × 30 = 90

అంత్యాల లబ్ధం ≠ మధ్యాల లబ్ధం

¤ a, bలు అనుపాతంలో ఉంటే 'b'ను a,b ల అనుపాత మధ్యమం అంటారు. అప్పుడు b2 = ac అవుతుంది.

¤ x, y అనే రెండు చలరాశుల మధ్య నిష్పత్తి $\frac{x}{y}$ ఎప్పుడూ ఒక స్థిరాంకం K అయ్యేలా చెరిస్తే అవి 'అనులోమానుచరత్వం' కలిగి ఉన్నాయని అంటాం. K ను చరత్వ స్థిరాంకం అంటాం.

∴ x, y లు అనులోమ చరత్వం కలిగి ఉంటే $\frac{x}{y}$ = K, లేదా x = Ky దీన్ని $x \propto y$ తో సూచిస్తాం.

¤ x, y లు విలోమానుపాతంలో ఉంటే x, $\frac{1}{y}$ లు y, $\frac{1}{x}$ లు అనులోమానుపాతంలో ఉంటాయి. లేదా x, y లు విలోమానుపాతంలో ఉంటే $x \propto \frac{1}{4}$, $y \propto \frac{1}{x}$ అవుతుంది.

¤ a : b = c : d అయితే 'd' ను 'అనుపాతచతుర్థం' అంటాం. అంటే నాలుగు పదాలు అనుపాతంలో ఉంటే నాలుగో పదాన్ని మొదటి మూడు పదాలకు అనుపాతచతుర్థం అంటాం. అప్పుడు d = $\frac{bc}{a}$

¤ a : b = c : d అయితే 'c' ను a, b ల అనుపాత తృతీయ అంటాం. అప్పుడు $c = \frac{b^2}{a}$

¤ a : b, c : d ల బహుళ నిష్పత్తి ac : bd అవుతుంది.

లాభనష్టాలు (Profit and Loss)

¤ వ్యాపారం చేసేవారు వస్తువులను కొని, అమ్ముతుంటారు. ఒక వస్తువును కొనడానికి చెల్లించిన ధరను ' కొనవెల ' (C.P.) అంటారు.

¤ ఆ వస్తువును వ్యాపారి ఏ వెలకు అమ్ముతాడో దాన్ని ' అమ్మినవెల ' (S.P.) అంటారు.

¤ వ్యాపారులు వస్తువులను కొన్నవెల కంటే ఎక్కువ ధరకు అమ్ముతారు. అమ్మినవెల, కొన్నవెల కంటే ఎక్కువగా ఉంటే దాన్ని 'లాభం' అంటారు.

ఉదా: ఒక వ్యాపారి ఒక పుస్తకాన్ని రూ. 5 కు కొని, రూ. 6 కు అమ్మాడు. అయితే అతడి లాభమెంత?

సాధన: పుస్తకం కొన్నవెల = రూ. 5

పుస్తకం అమ్మినవెల = రూ. 6

అమ్మినవెల, కొన్నవెల కంటే ఎక్కువగ ఉంది కాబట్టి పుస్తకం అమ్మడం వల్ల వచ్చిన లాభం = రూ. 1

లాభం = అమ్మినవెల (అ.వె) - కొన్నవెల (కొ.వె)

అ.వె. = కొ.వె. + లాభం

కొ.వె. = అ.వె. - లాభం.

¤ ఒక్కొక్కప్పుడు వ్యాపారులు వస్తువులను కొన్న తరువాత ఆ వస్తువుల ధరలు తగ్గిపోవచ్చు. అప్పుడు కొన్నవెల కంటే తక్కువ ధరకు అమ్మవలసి వస్తుంది. ఇలా తగ్గిన సొమ్మును 'నష్టం' అంటారు.

ఉదా: ఒక వ్యాపారి ఒక సెల్ ఫోన్ ను రూ. 1000 కు కొన్నాడు. దాని ధర తగ్గడంతో రూ. 850కు అమ్మాడు. అయితే అతడి నష్టమెంత?

సాధన: సెల్ ఫోన్ కొన్నవెల = రూ. 1000

సెల్ ఫోన్ అమ్మినవెల = రూ. 850

వ్యాపారికి తగ్గిన ధర = 1000 = 50 = రూ. 150

కాబట్టి నష్టం = రూ. 150

నష్టం = కొన్నవెల (కొ.వె) - అమ్మినవెల (అ.వె.)

అమ్మిన వెల = కొన్నవెల - నష్టం

కొన్నవెల = అమ్మినవెల + నష్టం

గమనిక: అమ్మినవెల , కొనవెల కంటే ఎక్కువగా ఉంటే 'లాభం' వచ్చినట్లు. అమ్మినవెల, కొన్నవెల కంటే తక్కువగా ఉంటే 'నష్టం' వచ్చినట్లు.

వ్యాపారి వస్తువులను కొన్న తరువాత కూలి ఖర్చులు, రవాణా ఖర్చులు అదనంగా భరించాల్సి వస్తుంది. వీటిని అదనపు ఖర్చులు అంటారు. ఈ ఖర్చులను కొన్న వెలలో భాగంగా చేర్చాలి. గిట్టుబాటు ధర = వస్తువు కొన్నవెల + అదనపు ఖర్చులు.

¤ సాధారణంగా లాభాన్ని లేదా నష్టాన్ని శాతంలో తెలుపుతారు. ఇలా తెలిపేటప్పుడు వీటిని కొనవెలలో శాతాలుగా తెలుపుతారు. లాభాన్ని లేదా నష్టాన్ని కొన్నవెలమీదే శాతంగా తెలుపుతారు.

వ్యాపారుల్లో వచ్చిన లాభం లేదా నష్టాలను పోల్చడానికి శాతాల్లో సూచిస్తారు. లాభాన్ని కొనవెలలో భిన్నంగా రాస్తే...

లాభశాతం = లాభం / కొన్నవెల × 100

నష్టశాతం = నష్టం / కొన్నవెల × 100

¤ ఒక వస్తువును కొనధర రూ. c అమ్మిన ధర రూ. s అనుకోండి. లాభశాతం = g % అయితే వీటి మధ్య సంబంధం

$$s = c \times \frac{(100 + g)}{100} \quad \text{లేదా} \quad c = \frac{100\, s}{100 + g}$$

ఉదా: ఒక్కో కొబ్బరికాయను ఒక్కొక్కటి రూ. 6 చొప్పున అమ్మితే, 20% లాభం వచ్చింది. అయితే వంద కొబరికాయలను ఎన్ని రూపాయలుకు కొన్నట్లు?

సాధన: ఒక్కొకటి అమ్మిన ధర (s) = రూ. 6 లాభశాతం = 20%

$$\text{కొన్న ధర } c = \frac{100\, s}{100 + g} = \frac{100 \times 6}{100 + 20}$$
$$= \frac{100 \times 6}{120} = \text{రూ. } 5$$

∴ వంద కొబ్బరికాయలను కొన్న ధర = 100 × 5 = రూ. 500

¤ ఒక వస్తువును కొన్నధర రూ. c, అమ్మిన ధర రూ. s అనుకోండి. నష్టశాతం = l % అయితే వీటి మధ్య సంబంధం

$$s = c \times \frac{(100 - l)}{100} \quad \text{లేదా} \quad c = \frac{100\, s}{100 - l}$$

¤ ఒక వ్యాపారి రెండు వస్తువులను విడివిడిగా ఒకే ధరకు అమ్మాడు. మొదటిదానిపై x % లాభం, రెండో దానిపై x % నష్టం వచ్చింది. మొత్తంమీద అతడికి $= \frac{x^2}{100}\%$ నష్టం (ఇలాంటి సందర్భాల్లో ఎప్పుడూ నష్టమే ఉంటుంది).

ఉదా: ఒకడు రెండు సైకిళ్లను ఒక్కొక్కటి రూ. 1,188 లకు అమ్మాడు. మొదటి దానిపై 10% లాభం, రెండో దానిపై 10% నష్టం వచ్చింది. మొత్తంమీద లాభమా? నష్టమా? ఎంత శాతం?

సాధన: మొదటి సైకిల్ అమ్మినవెల = రూ. 1,188

లాభం = 10%

$$\therefore \text{కొన్నవెల} = \frac{\text{అ.వె} \times 100}{100 + \text{లా.శా}} = \frac{1188 \times 100}{100 + 10}$$
$$= \frac{1188 \times 100}{110}$$
$$= \text{రూ. } 1080$$

రెండో సైకిల్ అమ్మినవెల = రూ. 1,188

నష్టం = 10%

$$\therefore \text{కొన్నవెల} = \frac{\text{అ.వె} \times 100}{100 - \text{న.శా}} = \frac{1188 \times 100}{100 - 10}$$
$$= \frac{1188 \times 100}{90}$$
$$= \text{రూ. } 1320$$

రెండు సైకిళ్ల మొత్తం కొన్నవెల = 1080 + 1320 = రూ. 2400

మొత్తం అమ్మినవెల = 1188 + 1188 = రూ. 2376

నష్టం = కొన్నవెల - అమ్మినవెల

= 2400 - 2376 = రూ. 24.

$$\therefore \text{నష్టశాతం} = \frac{\text{నష్టం}}{\text{కొన్నవెల}} \times 100 = \frac{24}{2400} \times 100$$

= 1%   ∴ నష్టం = 1%

¤ ఒక వ్యాపారి రెండు వస్తువులను కొని ఒకేధరకు అమ్మాడు. మొదటి దానిపై x % లాభం, రెండోదానిపై x % నష్టం వచ్చింది. మొత్తంమీద అతడికి లాభంగానీ, నష్టంగానీ ఉండదు.

వర్తక రుసుం: వస్తువులు తయారుచేసేవారు తమకు ఆ వస్తువు గిట్టిన వెల (కొన్నవెల) పై కొంతలాభం వేసుకుని ప్రకటన వెల నిర్ణయిస్తారు. దీన్నే లిఖితమూల్యం అంటారు. కొనేవారిని ఆకర్శించేందుకు ఆ ప్రకటన వెలపై కొంత తగ్గించి అమ్ముతారు. ఈ తగ్గింపునే రుసుం, డిస్కౌంట్ అంటారు.

రుసుం ఎల్లప్పుడూ ప్రకటన వెలపై లెక్కిస్తారు.

¤ అమ్మినవెల = ప్రకటన వెల - రుసుం.

¤ ప్రకటన వెల రూ. M, రుసుం d % అయితే రుసుం $\frac{Md}{100}$

అమ్మకం వెల = ప్రకటన వెల - రుసుం

$$= M - \frac{Md}{100} = M\left(1 - \frac{d}{100}\right) = \frac{M(100-d)}{100}$$

¤ వర్తకులు వస్తువుల నిజ బరువు లేదా నిజ పొడవు (true value) లో x భాగం తగ్గించి అమ్మితే వారి లాభశాతం

$$\left(\frac{x}{y - x} \times 100\right) \%$$

ఉదా: ఒక వ్యాపారి వస్తువులను కొన్న ధరకు అమ్ముతానని చెప్పి బరువు 1 కే.జి. కి బదులుగా 900 గ్రాములే తూచాడు. అతడి లాభశాతం ఎంత?

సాధన: బరువులో తేడా x = 1000 - 900 = 100 గ్రాములు. నిజబరువు y = 1000.

లాభశాతం =

$$\frac{100}{900} \times 100$$

$$= 11\frac{1}{9}\%.$$

బారువడ్డీ (Simple Interest)

1. నెలకు ఒక రూపాయికి 1 1/2 పైసా చొప్పున రూ.200 లకు 21 నెలలకు అయ్యే వడ్డీని కనుక్కోండి?

జ: రూ.63

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా అసలు = రూ.200, కాలం = $\frac{21}{12} = 1\frac{9}{12} = 1\frac{3}{2} = \frac{7}{4}$

వడ్డీరేటు (R) = $\frac{(\frac{3}{2})\text{ పైసా}}{1\text{ రూపాయి}} \times \frac{100}{100} \times 12 = 18\%$, వడ్డీ = $\frac{200 \times 7 \times 18}{100 \times 4}$ = రూ. 63

$(\therefore \text{వడ్డీ} = \frac{\text{అసలు} \times \text{కాలం} \times \text{వడ్డీరేటు}}{100})$

2. 'A' అనే వ్యాపారి 15 రోజులకు రూ. 1కి $\frac{3}{4}$ పైసలు వడ్డీ వసూలు చేస్తాడు. 'B' అనే వ్యాపారి నెలకు రూ.1 కి 2 1/2 పైసలకు వడ్డీ తీసుకుంటాడు. 'C' అనే వ్యాపారి నెలకు రూ.100 కు రూ. 5 వడ్డీని, 'D' అనే వ్యాపారి సంవత్సరానికి రూ.100 కు రూ.20 వడ్డీ తీసుకుంటారు. వీరిలో తక్కువ వడ్డీ వసూలు చేసే వ్యాపారి ఎవరు?

జ: B

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా A వడ్డీరేటు = $\frac{\frac{3}{4}\text{ పైసా}}{1\text{ రూపాయి}} \times \frac{100}{100} \times 24 = 18\%$

B వడ్డీరేటు = $\frac{2\frac{1}{2}\text{ పైసా}}{1\text{ రూపాయి}} \times \frac{100}{100} \times 12 = 18\%$, C వడ్డీరేటు = 5 × 12 = 60%

D వడ్డీరేటు = 20%

అందరి కంటే 'B' తక్కువ వడ్డీరేటు తీసుకున్నాడు.

3. ఒక రైతు నెలకు రూ.10 లకు 6 పైసలు వడ్డీ చొప్పున రూ. 800 లను అప్పుగా తీసుకున్నాడు. 2 సంవత్సరాల 9 నెలల తర్వాత అప్పు చెల్లిస్తే మొత్తం ఎంతవుతుంది?

జ: రూ. 958.40

వివరణ: అసలు = రూ.800

కాలం = $2\frac{9}{12} = \frac{11}{4}$ R = $\frac{6\text{ పైసలు}}{\text{రూ.}10} \times \frac{10}{10} \times 12 = 7.2\%$ లేదా రూ. $\frac{36}{5}$

∴ మొత్తం = అసలు + వడ్డీ

మొత్తం = $800 + \frac{800 \times 11 \times 36}{100 \times 4 \times 5}$

= 800 + 158.40

మొత్తం = రూ. 958.40

4. రూ. 500 పై 6 శాతం వడ్డీరేటుతో 8 నెలలకు అయ్యే బారువడ్డీ, రూ.300 లకు 1 సంవత్సరానికి అయ్యే వడ్డీరేటు ఎంత?

జ: $6\frac{2}{3}\%$

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా బారువడ్డీ = $\frac{500 \times 8 \times 6}{100 \times 12}$ = రూ.20

వడ్డీరేటు రూ.300 అసలు, కాలం 1 సంవత్సరం అయినప్పుడు బారువడ్డీ రూ. 20 అయినపుడు

వడ్డీరేటు = $\frac{100 \times 20}{300 \times 1} = \frac{20}{3}$ % లేదా 6 $\frac{2}{3}$ %

5. ఒక వడ్డీ వ్యాపారి కొంత సొమ్మును ఒక రేటుతో బారువడ్డీకి 3 సంవత్సరాలకు తీసుకున్నాడు. ఆ సొమ్మును 2 శాతం అదనపు రేటుతో మరొకరికి అప్పుగా ఇచ్చినప్పుడు అతడికి రూ.18 లాభం వచ్చింది. అయితే అతడు ఎంత మొత్తాన్ని అప్పుగా తెచ్చాడు?

జ: రూ.300

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా అసలు రూ.'X' అనుకుంటే

$\therefore \frac{X \times 3 \times (R+2)}{100} - \frac{X \times 3 \times R}{100}$ = రూ.18

= 6X = రూ. 1,800 $\therefore$ X = రూ. 300

6. రూ.900 పై 2 సంవత్సరాలకు అయ్యే వడ్డీ, రూ.800 పై అదే కాలానికి అయ్యే వడ్డీ కంటే రూ.20 ఎక్కువ. అయితే, ఎంత శాతం వడ్డీరేటుతో ఇది సాధ్యమవుతుంది?

జ: 10%

వివరణ: బారువడ్డీ (I1) బారువడ్డీ (I2) = రూ. 20

$\therefore \frac{900 \times 2 \times R}{100} - \frac{800 \times 2 \times R}{100} = 20$

= 18R - 16R = 20, => 2R = 20, R = 10%

7. రూ.750 పై రెండు బ్యాంకులు 2 సంవత్సరాలకు ఇచ్చే వడ్డీల మధ్య తేడా రూ. 7.50. అయితే, ఆ వడ్డీ రేటుల వ్యత్యాసమెంత?

జ: 0.5%

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా I1 - I2 = 7.50

($\therefore$ 7.50 = 7 $\frac{1}{2}$ = $\frac{15}{2}$)

$\therefore \frac{750 \times 2 \times R1}{100} - \frac{750 \times 2 \times R2}{100} = \frac{15}{2}$

$\therefore$ 15R1 - 15R2 = $\frac{15}{2}$, R1 - R2 = $\frac{1}{2}$% లేదా 0.5%

8. రూ.600లకు 12% వడ్డీతో రెండు బ్యాంకుల మధ్య ఎన్ని నెలల తేడా ఉంటే వాటి వడ్డీల వ్యత్యాసం రూ24 అవుతుంది?

జ: 4

వివరణ: I1 - I2 = 24 ($\because$ I1 = బారువడ్డీ1) ($\because$ I2 = బారువడ్డీ2)

$\therefore \frac{600 \times 12 \times T1}{100} - \frac{600 \times 12 \times T2}{100} = 24$

($\because$ $\frac{1}{3}$ సం = $\frac{1}{3}$ × 12 నెలలు = '4' నెలలు) $\therefore$ 72 (T1 - T2) = 24

T1 - T2 = $\frac{24}{72}$ = $\frac{1}{3}$ సంవత్సరాలు లేదా 4 నెలల

9. కొంత సొమ్ము 3 సంవత్సరాల తర్వాత రూ.5000, 5 సంవత్సరాల తర్వాత రూ.7000 బారువడ్డీ ప్రకారం కొంత వడ్డీ రేటుతో అవుతుంది. అయితే, సంవత్సరానికి వడ్డీ రేటు ఎంత?(శాతం)

జ: 50

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా కొంత సొమ్ము 3 సంవత్సరాల తర్వాత రూ.5,000 అవుతుంది. 5 సంవత్సరాల తర్వాత రూ.7,000. అంటే రూ.5,000, రూ.7,000 లు అనేవి మొత్తం అవుతాయి.

(∵ మొత్తం = అసలు + వడ్డీ)

(∵ అసలు = మొత్తం - వడ్డీ)

5 సంవత్సరాల మొత్తం రూ.7000.......... (1)

3 సంవత్సరాల మొత్తం రూ.5000............ (2)

2 సంవత్సరాల వడ్డీ రూ.2000, ఒక సంవత్సరం వడ్డీ అనేది రూ.1000 అవుతుంది.

(1) ఆధారంగా 5 సంవత్సరాలకు రూ.5000 వడ్డీ అవుతుంది.

5 సంవత్సరాలకు మొత్తం రూ.7000 కాబట్టి అసలు (7000-5000) రూ.2000 అవుతుంది.

వడ్డీ రేటు = $\frac{100 \times 1000}{2000 \times 1}$ = 50%

10. సంజయ్ కొంత సొమ్మును మొదట 3 సంవత్సరాలకు 6 శాతం వడ్డీ రేటుతో తీసుకున్నాడు. తర్వాత 5 సంవత్సరాలకు 9 శాతం వడ్డీరేటుతోను, 8 సంవత్సరాల తర్వాత ఎంత కాలమైనా 13 శాతం వడ్డీ రేటుతోను అప్పు తీసుకున్నాడు. 11 సంవత్సరాల తర్వాత రూ.8160 లను అప్పుగా తీర్చాడు. అయితే, అప్పు తీసుకున్న అసలు ఎంత?

జ: రూ.8000

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా అసలు రూ.'X' అనుకుంటే

$\left(\because \text{బారువడ్డీ} = \frac{\text{అసలు} \times \text{కాలం} \times \text{వడ్డీ రేటు}}{100}\right)$

= $\frac{X \times 6 \times 3}{100} + \frac{X \times 9 \times 5}{100} + \frac{X \times 13 \times 3}{100} = 8160$

= 18X + 45X + 39X = 8160 × 100

= 102X = 816000

X = రూ.8000.

11. కొంత అసలు సాధారణ వడ్డీ దగ్గర సంవత్సరానికి కొంత శాతం వడ్డీతో 12 1/2 సంవత్సరాల్లో రెట్టింపవుతుంది. అయితే, సంవత్సరానికి వడ్డీ రేటు ఎంత?

జ: 8 శాతం

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా కొంత అసలు (x) 12 $\frac{1}{2}$ సం.లో రెట్టింపు అంటే '2x' అవుతుంది. ఇక్కడ 2x అనేది మొత్తం, x అనేది అసలు అవుతుంది.

2x - x = x వడ్డీ అవుతుంది.

వడ్డీరేటు(R) = $\frac{100 \times \text{బారువడ్డీ}}{\text{కాలం} \times \text{అసలు}}$ ➔ వడ్డీరేటు $\frac{100 \times X}{(\frac{25}{2}) \times X} = \frac{100 \times 2}{25} = 8\%$ = ($\because 12\frac{1}{2} = \frac{25}{2}$)

చక్రవడ్డీ (Compound Interest)

ఒక సంవత్సరానికి అయిన వడ్డీని అసలుకు కలిపి, దాన్ని తరువాత సంవత్సరానికి అసలుగా పరిగణిస్తారు. ఈ విధంగా అసలు, వడ్డీలు వరుస సంవత్సరాల్లో క్రమంగా పెరుగుతూ ఉంటాయి. ఇలా వడ్డీని లెక్కకట్టే పద్ధతిని 'చక్రవడ్డీ' (సి.ఐ.) అంటారు.

ముఖ్యమైన సూత్రాలు:

అసలు = P, వడ్డీరేటు = R% (సంవత్సరానికి), కాలం = n సంవత్సరాలు అనుకోండి.

i) చక్రవడ్డీని సంవత్సరానికి లెక్కించడం

మొత్తం = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^{n}$

ii) ఆరు నెలలకు చక్రవడ్డీని లెక్కించడం

మొత్తం = $P\left(1+\frac{R/2}{100}\right)^{2n}$

iii) మూడు నెలలకు చక్రవడ్డీని లెక్కించడం

మొత్తం = $P\left(1+\frac{R/4}{100}\right)^{4n}$

iv) నాలుగు నెలలకు చక్రవడ్డీని లెక్కించడం

మొత్తం = $P\left(1+\frac{R/3}{100}\right)^{3n}$

v) చక్రవడ్డీని సంవత్సరానికి లెక్కిస్తూ, కాలం భిన్న రూపంలో ఉంటే $3\frac{2}{5}$ సంవత్సరాలు.

మొత్తం = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^{3}\times\left(1+\frac{\frac{2}{5}R}{100}\right)$

vi) వివిధ కాలాలకు వివిధ రకాల వడ్డీరేట్లు ఉంటే, అంటే మొదటి సంవత్సరానికి R1% రెండో సంవత్సరానికి R2% మూడో సంవత్సరానికి R3%...

మొత్తం = $P\left(1+\frac{R_1}{100}\right)\left(1+\frac{R_2}{100}\right)\left(1+\frac{R_3}{100}\right)...$

vii) రూ.x ప్రస్తుత విలువ n సంవత్సరాల్లో

ప్రస్తుత విలువ = $\frac{x}{\left(1+\frac{R}{100}\right)^{n}}$

viii) బారువడ్డీ, చక్రవడ్డీల మధ్య వ్యత్యాసాలను ఇచ్చినప్పుడు

అసలు = వడ్డీల మధ్య వ్యత్యాసం × $\left(\frac{100}{r}\right)^2$

$$P = D \times \left(\frac{100}{r}\right)^2$$

∴ ఇది 2 సంవత్సరాలకు మాత్రమే.

ix) బారువడ్డీ, చక్రవడ్డీల మధ్య వ్యత్యాసాలను ఇచ్చినప్పుడు

అసలు = వ్యత్యాసం × $\frac{100^3}{r^2(300+r)}$

$$P = D \times \frac{100^3}{r^2(300+r)}$$

∴ ఇది 3 సంవత్సరాలకు మాత్రమే.

1) ఆల్బర్ట్ రూ. 8000 సంవత్సరానికి 5% వడ్డీరేటుకు ఇస్తే రెండేళ్ల తరువాత వచ్చే మొత్తం ఎంత?

జవాబు: రూ. 8820

ఈ ప్రశ్నలో ఉపయోగించే సూత్రం

$$P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

P = 8000, R = 5%, T = n = 2 సంవత్సరాలు.

$$= 8000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$$

$$= 8000\left(\frac{105}{100}\right)^2$$

$$= 8000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$= 441 \times 20 = 8820$$

2) రూ.20,480లకు ఏడాదికి $6\frac{1}{4}\%$ వడ్డీరేటుతో 2 సంవత్సరాల 73 రోజులకు అయ్యే చక్రవడ్డీ ఎంత?

జవాబు: రూ. 2929

ఈ ప్రశ్నలో వడ్డీరేటు మిశ్రమ భిన్నరూపంలో ఉంది. కాబట్టి, ముందుగా దాన్ని భిన్న రూపంలోకి మార్చాలి.

$6\frac{1}{4}\% = \frac{25}{4}\%$. తర్వాత 2 సంవత్సరాల 73 రోజులను మొత్తం సంవత్సరంలోకి మార్చాలి. 2 సంవత్సరాలను అలాగే ఉంచి, 73 రోజులను సంవత్సరంలోకి మార్చాలి. 73/365 = 1/5 సంవత్సరం అప్పుడు మొత్తం కాలం T= 2 1/5 = 11/5 సంవత్సరాలు.

$$= 20480\left(1+\frac{25}{4\times100}\right)^2\left(1+\frac{\frac{1}{5}\times\frac{25}{4}}{4\times100}\right)$$

$$= 20480\left(1+\frac{1}{16}\right)^2\left(1+\frac{5}{400}\right)$$

$$= 20480\left(\frac{17}{16}\times\frac{17}{16}\right)\left(\frac{81}{80}\right)$$

$$= 17\times17\times81 = 23409$$

చక్రవడ్డీ (C.I) = 23409 - 20480 = రూ. 2929

3) కొంత సొమ్ముకు 2 సంవత్సరాలకు, సంవత్సరానికి 5% వడ్డీరేటుతో బారువడ్డీ రూ.50 వచ్చింది. అంతే సొమ్ముకు అంతే కాలానికి అదే వడ్డీ రేటుతో అయ్యే చక్రవడ్డీ ఎంత?

జవాబు: రూ. 51.25

ఈ ప్రశ్నలో బారువడ్డీ సూత్రం

$$I = \frac{PTR}{100}$$

$$P = \frac{I\times100}{TR} = \frac{50\times100}{2\times5}$$

P = 500, ఇప్పుడు చక్రవడ్డీ

$$\text{మొత్తం} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$= 500\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$$

$$= 500\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$$

$$= \frac{441\times5}{4} = \frac{2205}{4}$$

$$= 551.25$$

చక్రవడ్డీ (C.I) = 551.25 - 500 = 51.25

4) రూ.15,625 లకు సంవత్సరానికి 16% వడ్డీ రేటుతో 9 నెలలకు చక్రవడ్డీ ఎంత? (చక్రవడ్డీని 3 నెలలకు ఒకసారి లెక్కించాలి)

జవాబు: రూ. 1951

ఈ ప్రశ్నలో చక్రవడ్డీ 3 నెలలకోసారి లెక్కించాలి. మొత్తం 9 నెలలకు 3 సార్లు (Quarters) లెక్కించాలి.

అప్పుడు n = 3 అవుతుంది.

P = 15,625, R = 16%.

$$=15,625\left(1+\frac{1614}{100}\right)^3$$

$$=15,625\left(1+\frac{16}{4\times100}\right)^3$$

$$=15,625\left(1+\frac{1}{25}\right)^3$$

$$=15,625\times\frac{26}{25}\times\frac{26}{25}$$

$$=25\times676=17576$$

చక్రవడ్డీ = 17,576 - 15,625

= రూ. 1951

5) రూ. 30,000 లకు సంవత్సరానికి 7% చొప్పున చక్రవడ్డీ రూ. 4347 వచ్చింది. అయితే కాలం ఎంత?

జవాబు: 2 సంవత్సరాలు

ఈ ప్రశ్నలో,

మొత్తం = అసలు + వడ్డీ

A = 30,000 + 4347 = 34347 ఇందులో కాలం n అనుకోండి.

$$34347=30000\left(1+\frac{7}{100}\right)^n$$

$$\frac{\overset{11449}{\cancel{34347}}}{\underset{10000}{\cancel{30000}}}=\left(\frac{107}{100}\right)^n$$

$$\frac{11449}{10000}=\left(\frac{107}{100}\right)^n$$

$$\left(\frac{107}{100}\right)^2=\left(\frac{107}{100}\right)^n$$

ఘాతాలు సమానం చేయాలి.

n = 2 సంవత్సరాలు.

6) రూ. 1200లను 2 సంవత్సరాల కాలానికి చక్రవడ్డీకి ఇస్తే అది రూ. 1348.32 అయింది. అయితే వడ్డీరేటు ఎంత?

జవాబు: 6%

ఈ ప్రశ్నలో వడ్డీరేటు R% అనుకోండి.

$$\text{మొత్తం}=P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$1348.32=1200\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^n=\frac{134832}{120000}$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^2=\left(\frac{106}{100}\right)^2$$

ఘాతాలు సమానం కాబట్టి, భూములు కూడా సమానం

$$1+\frac{R}{100}=\frac{106}{100}\Rightarrow\frac{R}{100}=\frac{106}{100}-\frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow\frac{R}{100}=\frac{106-100}{100}=6$$

$$R=6\%$$

7) కొంత సొమ్మును చక్రవడ్డీకి అయిదేళ్ల కాలానికి ఇస్తే, అది రెట్టింపయింది. అది 8 రెట్లు కావడానికి ఎన్ని సంవత్సరాలు పడుతుంది?

జవాబు: 15

ఈ ప్రశ్నలో అసలు P, 5 సంవత్సరాలకు 2P అవుతుంది.

$$P\left(1+\frac{r}{100}\right)^5=2P$$

$$\left(1+\frac{r}{100}\right)^5=\frac{2P}{P}$$

రెండువైపులా ఘనం చేస్తే

$$\left(\left(1+\frac{r}{100}\right)^5\right)^3=2^3$$

$$\left(1+\frac{r}{100}\right)^{15}=8$$

8 రెట్లు కావడానికి 15 సంవత్సరాలు పడుతుంది.

Shortcut: 21/5 = 81/x ⇒21/5 = 23/x

⇒ 1/5 = 3/x => x = 15 సంవత్సరాలు.

8) కొంత సొమ్ముపై సంవత్సరానికి 4% వడ్డీతో 2 సంవత్సరాలకు చక్రవడ్డీ, బారు వడ్డీల మధ్య వ్యత్యాసం రూ. 2 అయితే సొమ్ము ఎంత?

జవాబు: రూ.1250

ఈ ప్రశ్నలో అసలు రూ. x అనుకోండి.

అప్పుడు చక్రవడ్డీ = $x\left(1+\frac{4}{10}\right)^2-x$

$$=x\left(\frac{26}{25}\right)^2-x$$

$$=\frac{676}{625}x-x$$

$$=\frac{676x-625x}{625}$$

$$=\frac{51x}{625}$$

బారువడ్డీ (S.I) $= \frac{x \times 2 \times 4}{100}$

బారువడ్డీ $= \frac{2}{25}x$

చక్రవడ్డీ - బారువడ్డీ = 2

$$\frac{51x}{625} - \frac{2}{25}x = 2$$

$$\frac{51x - 50}{625} = 2$$

x = 2 × 625

x = 1250

Shortcut: $P = 2\left(\frac{100}{4}\right)^2$

= 2 × 625 = 1250

9) కొంత సొమ్ముపై సంవత్సరానికి 5% వడ్డీరేటుతో 3 ఏళ్లకు చక్రవడ్డీ, బారువడ్డీ మధ్య తేడా రూ. 12.20 అయితే అసలు ఎంత?

జవాబు: రూ. 1600

ఈ ప్రశ్నలో ఉపయోగించే సూత్రం

$$\text{అసలు} = \frac{\text{తేడా} \times (100)^3}{r^2(300+r)}$$

$$= \frac{12.20 \times (100)^3}{(5)^2(300+5)} = \frac{1220 \times (100)^3}{25 \times 100 \times 305}$$

$$= \frac{4 \times 100 \times 100}{25} = 1600$$

10) రూ.1,25,000 లను మొదటి సంవత్సరం 2%, రెండో సంవత్సరం 3%, మూడో సంవత్సరం 4% వడ్డీరేటుతో చక్రవడ్డీకి ఇస్తే మూడేళ్ల తర్వాత చెల్లించే మొత్తం ఎంత?

జవాబు: రూ. 1,36,578

ఈ ప్రశ్నలో ఉపయోగించే సూత్రం

$$A = P\left(1+\frac{R_1}{100}\right)\left(1+\frac{R_2}{100}\right)\left(1+\frac{R_3}{100}\right)$$

$$= 1,25,000\left(1+\frac{2}{100}\right)\left(1+\frac{3}{100}\right)\left(1+\frac{4}{100}\right)$$

$$= 1,25,000 \times \frac{102}{100} \times \frac{103}{100} \times \frac{104}{100}$$

$$= 51 \times 103 \times 26 = 136578$$

11) కొంత సొమ్మును చక్రవడ్డీకి ఇస్తే మొదటి సంవత్సరం తర్వాత రూ. 650 అవుతుంది. అదే సొమ్ము రెండో సంవత్సరం తర్వాత రూ. 676 అవుతుంది. అయితే అసలు ఎంత?

జవాబు: ఏదీకాదు

ఈ ప్రశ్నలో ఉపయోగించే సూత్రం

అసలు

$$= \left[A_1\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^n\right]$$

$$= 650\left(\frac{650}{676}\right)^2$$

$$= 650 \times \frac{325}{338} \times \frac{325}{338}$$

$$= \frac{650 \times 105625}{114244} = \frac{68656250}{114244} = 600.96$$

12) రూ.2000 లను 3 సంవత్సరాలకు కొంత శాతం చొప్పున చక్రవడ్డీకి ఇస్తే మూడేళ్లకు రూ. 2,315.25 అవుతుంది. అయితే వడ్డీరేటు ఎంత?

జవాబు: 5%

ఈ ప్రశ్నను

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి

$$2315.25 = 2000\left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$\frac{231525}{200000} = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{21}{20}\right)^3 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$\frac{21}{20} = 1 + \frac{r}{100} \Rightarrow \frac{r}{100} = \frac{21}{20} - 1$$

$$r = \frac{21-20}{20} \times 100 \quad r = \frac{1}{20} \times 100 = 5\%$$

Shortcut:

$$\left[\left(\frac{2315.25}{2000}\right)^{1/3} - 1\right] \times 100\%$$

$$\left[\left(\frac{231525}{200000}\right)^{1/3} - 1\right] \times 100\%$$

$$= \left[\frac{\left((21)^3\right)^{1/3}}{\left((20)^3\right)^{1/3}} - 1\right] \times 100\%$$

$$= 5\%.$$

1. ఒక రైతు రూ.800 లను 5 శాతం రేటుకు అప్పుతీసుకున్నాడు. అయితే, 2 సంవత్సరాల తర్వాత అసలుపై చెల్లించే చక్రవడ్డీని తెలపండి.

జవాబు: రూ.82

వివరణ: చక్రవడ్డీ = మొత్తం - అసలు

$$\text{మొత్తం } (A) = P(1+\frac{R}{100})^T$$

$$(\because 1+\frac{5}{100} = \frac{105}{100} = \frac{21}{20})$$

$$= (800(1+\frac{5}{100})^2 - 800)$$

$$= (800 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} - 800)$$

= (882-800) రూ.

=రూ.82

2. రూ.10,000 లకు ఎంత శాతం రేటుతో 2 సంవత్సరాలకు రూ.1,236 చక్రవడ్డీ అవుతుంది?

జవాబు: 6

వివరణ: సూత్రం = వడ్డీరేటు = $= (\sqrt{\frac{\text{మొత్తం}}{\text{అసలు}}} - 1) \times 100$

($\because$ మొత్తం = అసలు + వడ్డీ)

($\because$ = 10000 + 1236)

దత్తాంశం ఆధారంగా ($\because$ = 11236)

వడ్డీరేటు

$$= (\sqrt{\frac{11236}{10000}} - 1) \times 100$$

$$= (\frac{106}{100} - 1) \times 100$$

$$= \frac{6}{100} \times 100 = 6\%$$

3. రూ.800 లకు 5 శాతం చక్రవడ్డీ చొప్పున మొత్తం రూ.882 ఎన్ని సంవత్సరాలకు అవుతుంది?

జవాబు: 2

వివరణ: సూత్రం =

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^T = \frac{A}{P}$$

$$\therefore (1+\frac{5}{100})^T = \frac{882}{800}$$

$$\therefore (\frac{21}{20})^T = (\frac{21}{20})^2$$

T = 2 సంవత్సరాలు

4. 3 సంవత్సరాలకు వరుసగా 10 శాతం, 20 శాతం, 25 శాతం రేటులతో రూ.2000 లకు చక్రవడ్డీ ప్రకారం ఎంత మొత్తం అవుతుంది?

జవాబు: రూ.3300

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

$$\Rightarrow \text{రూ } 2000 \times \left(\frac{100+10}{100}\right) \times \left(\frac{100+20}{100}\right) \times \left(\frac{100+25}{100}\right)$$

$$\Rightarrow \text{రూ } 2000 \times \frac{110}{100} \times \frac{120}{100} \times \frac{125}{100}$$

=> రూ.3300

5. రెండు వారాల నుంచి టమోటాల ధర వారానికి 10% వంతున పెరిగితే 20 కి.గ్రా. ధర రూ.121 అయ్యింది. అయితే, రెండు వారాల కిందట 1 కి.గ్రా. టమోటాల ధర ఎంత?

జవాబు: రూ.5

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

$$P = \frac{\text{రూ}.121}{\left(1+\frac{10}{100}\right)^2} = \frac{\text{రూ}121 \times 10 \times 10}{11 \times 11}$$

= రూ.100

1 కి.గ్రా. టమోట ధర = $\frac{100}{20}$ = రూ.5

6. ఒకడు రూ.3880 లకు సైకిల్ కొని రూ.1000 లను చెల్లించాడు. మిగతా సొమ్మును 25 శాతం వార్షిక రేటుతో రెండు సులభ వాయిదాల్లో 2 సంవత్సరాలకు చెల్లిస్తానన్నాడు. అయితే, ఒక సులభ వాయిదా సొమ్ము ఎంత?

జవాబు: రూ.2000

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

$\therefore$ సులభ వాయిదా సొమ్ము 'x' అనుకుంటే

$$\therefore \frac{X}{\left(1+\frac{25}{100}\right)} + \frac{X}{\left(1+\frac{25}{100}\right)^2}$$

= రూ. (3880 - 1000)

$\therefore \frac{4X}{5} + \frac{16X}{25}$ = రూ.2,880

$\therefore$ x = రూ.2,880 × $\frac{25}{36}$ x = రూ.2,000

7. మూడు సంవత్సరాల కిందట 960 గా ఉన్న ఒక సంఘంలోని సభ్యుల సంఖ్య 1875 కు చేరింది. ఎంత శాతం వార్షిక రేటుతో ఇది సాధ్యమైంది?

జవాబు: 25

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

వడ్డీరేటు =

$$= \left(3\sqrt{\frac{1875}{960}} - 1\right) \times 100$$

$$= \left(3\sqrt{\frac{125}{64}} - 1\right) \times 100$$

$$= \left(\frac{5}{4} - 1\right) \times 100$$

= 25%

8. ఒక రైతు బ్యాంకు నుంచి కొంత సొమ్మును అప్పుగా తెచ్చాడు. దాన్ని సంవత్సరానికి రూ.121 చొప్పున రెండు సంవత్సరాల్లో తిరిగి చెల్లించాడు. బ్యాంకు చక్రవడ్డీ రేటు 10 శాతం అయితే, అతడు బ్యాంకు నుంచి అప్పు తీసుకున్న సొమ్ము ఎంత?

జవాబు: రూ.210

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

$$\frac{\text{రూ}.121}{\left(1+\frac{10}{100}\right)} + \frac{\text{రూ}.121}{\left(1+\frac{10}{100}\right)^2}$$

$$\frac{\text{రూ}.121}{\left(\frac{110}{100}\right)} + \frac{\text{రూ}.121}{\left(\frac{110}{100}\right)^2}$$

$$= \text{రూ}\left(121 \times \frac{10}{11} + 121 \times \frac{10 \times 10}{11 \times 11}\right)$$

= రూ. (110 + 100) = రూ.210

9. కొంత సొమ్ముపై 2 సంవత్సరాలకు చక్రవడ్డీ ప్రకారం అయ్యే మొత్తం రూ.121. అదే సొమ్ముపై అంతే కాలానికి బారువడ్డీ ప్రకారం అయ్యే మొత్తం రూ.120. అయితే 3 సంవత్సరాలకు అంతే సొమ్ముపై చక్రవడ్డీ, బారువడ్డీల మధ్య తేడా ఎంత?

జవాబు: రూ.3.10

వివరణ: 2 సంవత్సరాల్లో వడ్డీల్లో తేడా రూ.1 అయితే అసలు రూ.100.

బారువడ్డీ = $\frac{100 \times 1 \times 10}{100}$ = 10

బారువడ్డీతో మొత్తం = (120 +10)రూ.= రూ.130

చక్రవడ్డీతో మొత్తం = $121\left(1+\frac{10}{100}\right)^1$

= 121 × $\frac{110}{100}$ = రూ.133.10

తేడా = రూ.(133.10 - 130) = రూ.3.10

10. రూ.1250 లకు 2 సంవత్సరాల్లో ఎంత వార్షిక రేటుతో చక్రవడ్డీ, బారువడ్డీల మధ్య వ్యత్యాసం రూ.4.50 అవుతుంది?

జవాబు: 6%

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

వడ్డీరేటు =

$$= 100 \times \sqrt{\frac{4.50}{1250}}$$

$$= 100 \times \sqrt{\frac{9}{2500}}$$

$$= 100 \times \frac{3}{50}$$

11. ఎంత సొమ్ముపై 16 శాతం వడ్డీ రేటుతో 2 సంవత్సరాలకు చక్రవడ్డీ, బారువడ్డీల మధ్య తేడా రూ.32 అవుతుంది?

జవాబు: రూ.1250

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

$$\text{అసలు} = \frac{(100)^2 \times \text{బేధం}}{(\text{రేటు})^2}$$

$$\text{అసలు} = \frac{100 \times 100 \times 32}{16 \times 16}$$ = రూ.1250

12. చక్రవడ్డీ ప్రకారం రూ.11,000 లకు 5 శాతం రేటుతో 2 సంవత్సరాలకు ఒకసారి తిరిగి లెక్కిస్తే, 4 సంవత్సరాలకు అయ్యే వడ్డీ ఎంత?

జవాబు: రూ.2,310

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

అసలు = రూ.11,000.

వడ్డీరేటు = 5 × 2 = 10%.

కాలం = $\frac{4}{2}$ = 2 $$= \left(11000\left(1+\frac{10}{100}\right)^2 - 11000\right)\frac{5}{6}$$

చక్రవడ్డీ $$= \left(11000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} - 11000\right)$$ = రూ.2310

13. కొంత సొమ్ముకు 2 సంవత్సరాల్లో 4 శాతం రేటుతో అయ్యే సాధారణ వడ్డీ రూ.80. అయితే, అదే సొమ్ముపై అంతే కాలానికి ఆ రేటు ప్రకారం అయ్యే చక్రవడ్డీ ఎంత?

జవాబు: రూ.81.60

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

$$\text{అసలు} = \frac{100 \times \text{వడ్డీ}}{\text{కాలం} \times \text{రేటు}}$$ $$\frac{100 \times 80}{4 \times 2}$$ అసలు = = రూ.1,000

.

$$\text{చక్రవడ్డీ} = \text{అసలు}\left(1 + \frac{\text{రేటు}}{100}\right)^{\text{కాలం}} - \text{అసలు}$$

$$\text{చక్రవడ్డీ} = \left(1000\left(1+\frac{4}{100}\right)^2 - 1000\right)$$

$$= \left(1000\left(1+\frac{104}{100}\right)^2 - 1000\right)$$

$$= \left(1000 \times \frac{104}{100} \times \frac{104}{100}\right)^2 - 1000$$

$$= \left(\frac{10816}{10} - 1000\right)$$

= రూ.81.60

14. చక్రవడ్డీ ప్రకారం, 6 సంవత్సరాల్లో మొత్తం అసలుకు రెట్టింపైతే, ఎన్ని సంవత్సరాల్లో మొత్తం అసలుకు 4 రెట్లవుతుంది?

జవాబు: 12

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

$$2 = \left(1+\frac{\text{వడ్డీరేటు}}{100}\right)^6 = 4 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^{12}$$

లెక్కప్రకారం 12 సంవత్సరాలకు 4 రెట్లవుతుంది

15. ఒక మొక్క 48 సెం.మీ. ఎత్తు పెరిగింది. దీని పెరుగుదల ప్రతి సంవత్సరం దాని ఎత్తు కంటే 1/4 వంతు పెరుగుతూ ఉంది. అయితే, 2 సంవత్సరాల తర్వాత ఆ మొక్క ఎంత ఎత్తు పెరుగుతుంది?

జవాబు: 75 సెం.మీ.

వివరణ: దత్తాంశం ఆధారంగా

$\therefore \frac{1}{4}$ వంతు అంటే $\frac{1}{4} \times 100 = 25\%$

2 సంవత్సరాల తర్వాత మొక్క పెరిగిన మొత్తం

పొడవు $= 48\left(1+\frac{25}{100}\right)^2$

$= 48 \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4}$ = 75 సెం.మీ.

గడియారాలు (Clocks)

ఏపీపీఎస్సీ నిర్వహించే వివిధ పోటీ పరీక్షల్లో జనరల్ స్టడీస్ విభాగానికి చెందిన మెంటల్ ఎబిలిటీలో గడియారాలకు సంబంధించిన ప్రశ్నలు అడుగుతారు. కాబట్టి అభ్యర్థులు కింది విషయాలను అవగాహన చేసుకోవడం ద్వారా ఈ అంశం పై పట్టు సాధించవచ్చు.

ముఖ్య విషయాలు (KEY CONCEPTS):

¤ గడియారం సాధారణంగా వృత్తాకారంలో ఉంటుంది.

¤ గడియారం ముఖం 12 భాగాలుగా విభజితమై ఉంటుంది.

¤ గడియారంలోని ముల్లుల్లో చిన్నముల్లు గంటలను, పెద్దముల్లు నిమిషాలను సూచిస్తాయి.

¤ పెద్దముల్లు అంటే నిమిషాల ముల్లు ఒక గంటలో పూర్తిగా ఒక చుట్టు తిరుగుతుంది.

¤ పెద్దముల్లు 60 నిమిషాల్లో ఒక సంపూర్ణ కోణం అంటే 360º తిరుగుతుంది.

కాబట్టి 60 నిమిషాల్లో 360º తిరుగుతుంది.

$$1 \text{ నిమిషంలో } = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ \text{ తిరుగుతుంది.}$$

¤ చిన్నముల్లు అంటే గంటల ముల్లు 12 గంటల్లో ఒకపూర్తి చుట్టు తిరుగుతుంది. అంటే

12 గంటల్లో 360º తిరుగుతుంది

$$1 \text{ గంటలో } = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \text{ తిరుగుతుంది.}$$

$$1 \text{ నిమిషంలో } = \frac{30^\circ}{60} = \frac{1^\circ}{2} \text{ తిరుగుతుంది.}$$

¤ ఒక నిమిషం కాలంలో నిమిషాల ముల్లు, గంటల ముల్లు కంటే $5\frac{1^\circ}{2}$ లు అధికంగా తిరుగుతుంది.

¤ గంటల ముల్లు, నిమిషాల ముల్లుల వేగాల నిష్పత్తి

$$\frac{1^\circ}{2} : 6^\circ \text{ అంటే } 1 : 12$$

రైల్వే టైమింగ్స్

¤ రైల్వే టైమింగ్స్ 24 గంటలు సూచిస్తాయి.

¤ 0 గంటలు అంటే రాత్రి 12 గంటలకు సమానం.

ఉదా: ఒక రైల్వే స్టేషన్‌లో గడియారం 15 : 50 గంటలు సూచిస్తే సాధారణ గడియారంలో సమయమెంత?

1 5 : 50 - 12 : 00 = 3 : 50 P.M.

గమనిక: రాత్రి 12 గంటల సమయం నుంచి మధ్యాహ్నం 12 గంటల సమయం వరకు After Meridian (A.M.) గా, మధ్యాహ్నం 12 గంటల సమయం నుంచి రాత్రి 12 గంటల సమయం వరకు Post Meeridian (P.M) గా సూచిస్తారు.

¤ 0:30 గంటలు అంటే రాత్రి 12:30 లకు సమానం.

¤ 60 నిమిషాల వ్యవధిలో నిమిషాల ముల్లు 60 నిమిష భాగాలు తిరుగుతుంది. అదే సమయంలో గంటల ముల్లు 5 నిమిష భాగాలు మాత్రమే తిరుగుతుంది. దీన్ని బట్టి నిమిషాల ముల్లు 60 నిమిషాల వ్యవధిలో గంటల ముల్లు కంటే 55 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరుగుతుంది.

¤ గంటల ముల్లుకంటే, నిమిషాల ముల్లు 55 నిమిష భాగాలు అధికంగా తిరగడానికి పట్టే సమయం 60 నిమిషాలు అంటే 1 గంట.

55 నిమిష భాగాలు తిరగడానికి - 60 నిమిషాలు పడుతుంది.

కాబట్టి ఒక నిమిష భాగం తిరగడానికి

$\frac{60}{55}$ అంటే $\frac{12}{11}$ నిమిషాలు పడుతుంది.

¤ ఒక రోజులో 2 ముల్లులు 22 సార్లు ఏకీభవిస్తాయి. అంటే ముల్లుల మధ్యకోణం 0°.

¤ ఒక రోజులో 2 ముల్లులు 22 సార్లు సరళ కోణాన్ని అంటే 180° లను ఏర్పరుస్తాయి. అంటే గడియారంలో ముల్లులు వ్యతిరేక దిశలో ఉంటాయి.

¤ ఒక రోజులో 2 ముల్లులు 44 సార్లు లంబకోణం అంటే 90°లు ఏర్పరుస్తాయి.

¤ ఒక రోజులో 2 ముల్లులు ఏ ఇతర కోణమైనా అంటే 0°, 180°లు కాకుండా ($0^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$) 44 సార్లు ఏర్పరుస్తాయి.

¤ రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం 0° లేదా 180° అయితే అవి రెండూ ఒకే సరళరేఖపై ఉంటాయి.

Model I

¤ 5, 6 గంటల మధ్య ఏ సమయంలో నిమిషాల ముల్లు గంటల ముల్లుతో ఏకీభవిస్తుంది?

సాధన: సూ: h, h + 1 గంటల మధ్య రెండు ముల్లులు h గంటల $\frac{60h}{11}$ నిమిషాలకు ఏకీభవిస్తాయి.

కాబట్టి $\frac{60h}{11} = \frac{60 \times 5}{11} = \frac{300}{11}$

$= 27\frac{3}{11}$ నిమిషాలు అవుతుంది.

రెండు ముల్లులు 5 గం.ల $27\frac{3}{11}$ నిమిషాలకు ఏకీభవిస్తాయి.

Model II

¤ 5, 6 గంటల మధ్య ఏ సమయంలో నిమిషాలముల్లు, గంటలముల్లు మధ్య కోణం 90°లు ఉంటుంది?

సాధన: 5, 6 గంటల మధ్య రెండు సందర్భాల్లో రెండు ముల్లుల మధ్యకోణం 90°లు ఉంటుంది.

5 గంటలకు రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం $5 \times 30 = 150^{\circ}$

Case (i) $\theta = 150^{\circ} - 90^{\circ} = 30^{\circ}$

సూత్రం: $T\frac{20}{11} = \frac{20 \times 30}{11} = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$ ని.లు

5 గంటల $5\frac{5}{11}$ నిమిషాలకు లంబకోణం మొదట ఏర్పడుతుంది.

Case (ii) = $150^{\circ} + 90^{\circ} = 240^{\circ}$

సూత్రం: $T = \frac{20}{11}\ 2 \times \frac{240}{11} = \frac{480}{11} = 43\frac{7}{11}$ ని.లు

5 గంటల $43\frac{7}{11}$ నిమిషాల తర్వాత రెండో సారి 2 ముల్లుల మధ్య లంబకోణం ఏర్పడుతుంది.

Model - III

¤ సోమవారం ఉదయం 8 గంటలకు ఒక గడియారం 10 నిమిషాలు ఆలస్యంగా తిరుగుతుంది. అదే గడియారం ఆదివారం ఉదయం 8 గంటలకు 20 నిమిషాలు ముందుగా తిరుగుతుంది. అయితే ఆ గడియారం సరైన సమయాన్ని ఎప్పుడు సూచిస్తుంది?

సాధన: సోమవారం ఉదయం 8 గంటలకు 10 ని.లు ఆలస్యంగా తిరుగుతుంది. అంటే L = 10

ఆదివారం ఉదయం 8 గంటలకు 20 ని.లు ముందు తిరుగుతుంది. అంటే G = 20

గడియారం సరైన సమయం సూచించడానికి

$\frac{L}{L+G} \times$ మొత్తం గంటలు కనుక్కోవాలి.

మొత్తం గంటలు = 6 రోజులు

= 6×24 గంటలు

$$\therefore \frac{L}{L+G} = \frac{10}{10+20} \times 6 \times 24 = \frac{\cancel{10}}{\cancel{30}} \times \overset{2}{\cancel{6}} \times 24$$

= 48 గంటలు = 2 రోజులు

సోమవారం ఉదయం 8 గంటల తర్వాత నుంచి 48 గంటలు అంటే బుధవారం ఉదయం 8 గంటలకు సరైన సమయాన్ని సూచిస్తుంది.

Model - IV

గమనిక: రెండు ముల్లుల మధ్య సరళకోణం అంటే 180º ఉండాలంటే వాటి మధ్య 30 నిమిషభాగాల తేడా ఉంటుంది.

రెండు ముల్లుల మధ్య సరళకోణం ఉండే సమయం కనుక్కోవడానికి సూత్రాలు

i) x గంటలు $(5x + 30)\frac{12}{11}$; $x < 6$

ii) x గంటలు $(5x - 30)\frac{12}{11}$; $x > 7$

¤ 5, 6 గంటల మధ్య ఏ సమయంలో రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖలో ఉంటాయి?

సాధన: $x < 6$ కాబట్టి

$$(5x + 30)\frac{12}{11} = [5(5) + 30]\frac{12}{11} = (25 + 30)\frac{12}{11}$$

$$= 55 \times \frac{12}{11} = 60 \text{ ని.లు}$$

5 గంటల 60 నిమిషాలు అంటే 6 గంటలకు రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖపై ఉంటాయి.

¤ 7, 8 గంటల మధ్య ఏ సమయంలో రెండు ముల్లులు ఒకే సరళరేఖలో ఉంటాయి?

సాధన: x > 6 కాబట్టి

$$(5 - 30)\frac{12}{11}$$
$$= [5(7) - 30] \times \frac{12}{11}$$
$$= 5 \times \frac{12}{11} = \frac{60}{11}$$
$$= 5\frac{5}{11} \text{ ని.లు}$$

అంటే 7 గంటల $5\frac{5}{11}$ ని.లకు రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం 180º డిగ్రీలు ఉంటుంది. అంటే అవి ఒకే సరళరేఖలో ఉంటాయి.

Model - V

గమనిక: రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం θ అయితే $\theta = |30H - \frac{11}{2}m|$, H గంటలను, M నిమిషాలను సూచిస్తాయి.

¤ సమయం 7 గంటల 10 నిమిషాలు అయితే రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం ఎంత?

సాధన: H = 7; M = 10

$$\theta = \left|30H - \frac{11}{2}m\right| = \left|30 \times 7 - \frac{11}{2} \times 10\right|$$
$$= \left|210 - \frac{55}{2}\right| = 155^\circ$$

సమయం 7 గంటల 10 ని.లు అయితే రెండు ముల్లుల మధ్య కోణం 155º డిగ్రీలు.

Model - VI

¤ గడియారంలో సమయం 7:45 గంటలు సూచిస్తే అద్దంలో ప్రతిబింబ సమయమెంత?

సాధన: అద్దంలో ప్రతిబింబ సమయం

= 12 గంటలు - గడియారంలో నిజకాలం

కాబట్టి = 12 7:45 = 4 : 15

కాబట్టి అద్దంలో ప్రతిబింబ సమయం 4 గంటల 15 ని.లు సూచిస్తుంది.

Model - VII

¤ సెకన్ల ముల్లు 240º తిరిగిన సమయంలో నిమిషాల ముల్లు ఎన్ని డిగ్రీలు తిరుగుతుంది?

సూత్రం: నిమిషాల ముల్లు తిరిగే కోణం

$$= \frac{\text{ఇచ్చిన కోణం}}{60} = \frac{240}{60} = 4^\circ$$

నిమిషాల ముల్లు 4º లు తిరుగుతుంది.

¤ సెకన్ల ముల్లు 240º తిరిగిన సమయంలో గంటల ముల్లు ఎన్ని డిగ్రీలు తిరుగుతుంది?

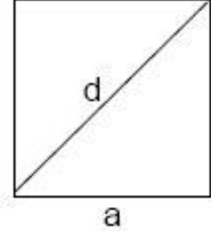
సూత్రం: గంటల ముల్లు తిరిగే కోణం

$$= \frac{\text{ఇచ్చిన కోణం}}{12} = \frac{240}{12} = 20^\circ$$

కాబట్టి గంటల ముల్లు 20º డిగ్రీలు తిరుగుతుంది.

వైశాల్యాలు (Areas)

చతురస్రం

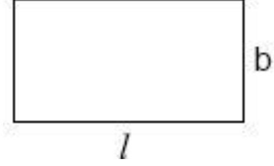


భుజం = a, కర్ణం = d అయితే వైశాల్యం = a2 చ.యూ.

చుట్టుకొలత = 4a, కర్ణం = d అయితే వైశాల్యం = $\frac{d^2}{2}$

కర్ణం d $=\sqrt{2}.a$

దీర్ఘచతురస్రం



దీర్ఘచతురస్రం పొడవు *l* యూనిట్లు, వెడల్పు b యూనిట్లు అయితే

వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు = *l*b చ.యూ.

చుట్టుకొలత = 2 (పొడవు + వెడల్పు) = 2 (*l* + b) యూనిట్లు

సమాంతర చతుర్భుజం

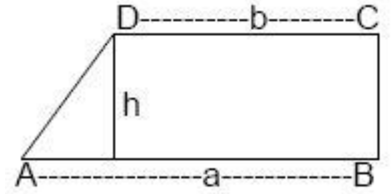
సమాంతర చతుర్భుజం భూమి AB = b, దానికి సాదృశ ఉన్నతి లేదా

ఎత్తు = h అయితే

వైశాల్యం = bh చ.యూ.

* BC భూమిగా, దానిపై సాదృశ ఎత్తుతో కూడా వైశాల్యాన్ని కనుక్కోవచ్చు.

ట్రెపీజియం



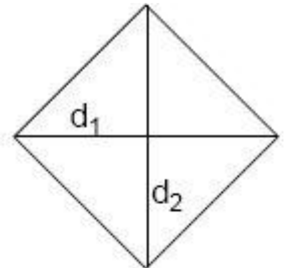
ట్రెపీజియంలో సమాంతర భుజాలు a, b

వాటి మధ్య (లంబ) దూరం h అయితే

వైశాల్యం = $\frac{1}{2}$ (సమాంతర భుజాల మొత్తం) × వాటి మధ్య లంబ దూరం

= $\frac{1}{2}$ (a + b) h చ.యూ.

రాంబస్



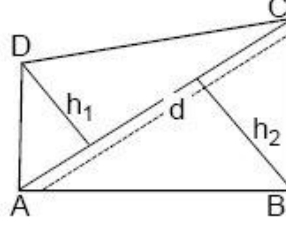
రాంబస్ భుజం = a, కర్ణాలు d1, d2 అయితే రాంబస్ వైశాల్యం = $\frac{1}{2}$ × కర్ణాల లబ్దం

= $\frac{1}{2}$ × d1 × d2 చ.యూ.

కర్ణాలు ఇస్తే రాంబస్ భుజం = $\frac{1}{2} + \sqrt{d1^2 + d2^2}$

చతుర్భుజం

ఒక కర్ణం AC = d, దానిపైకి ఎదుటి శీర్షాల నుంచి గీసిన లంబాలు h1, h2 అయితే



వైశాల్యం = $\frac{1}{2}$ × కర్ణం × దానిపైకి గీసిన అంతర లంబాల మొత్తాలు

= $\frac{1}{2}$ × d (h1 + h2) చ.యూ.

గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం

ఒక గది పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు వరుసగా l, b, h అయితే

గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం A = 2h (l + b) చ.యూ.

గది నేల చుట్టుకొలత = 2 (l + b) కాబట్టి,

నాలుగు గోడల వైశాల్యం = నేల చుట్టుకొలత × గది ఎత్తు

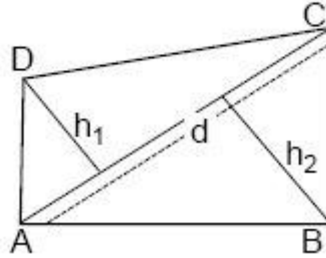
చుట్టు కొలత = P అయితే = Ph చ.యూ.

గది నేల చతురస్రాకారంలో ఉంటే l = b కాబట్టి గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం = $4lh$ అవుతుంది.

గది పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు మూడూ సమానమైతే గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం = 4a2 చ.యూ.

తుర్భుజం

ఒక కర్ణం AC = d, దానిపైకి ఎదుటి శీర్షాల నుంచి గీసిన లంబాలు h1, h2 అయితే



వైశాల్యం = $\frac{1}{2}$ × కర్ణం × దానిపైకి గీసిన అంతర లంబాల మొత్తాలు

= $\frac{1}{2}$ × d (h1 + h2) చ.యూ.

గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం

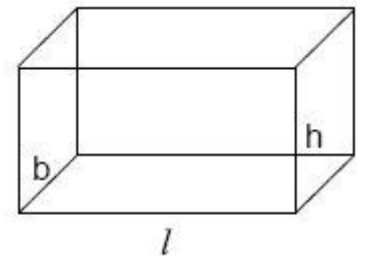
ఒక గది పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు వరుసగా l, b, h అయితే

గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం A = 2h (l + b) చ.యూ.

గది నేల చుట్టుకొలత = 2 (l + b) కాబట్టి,

నాలుగు గోడల వైశాల్యం = నేల చుట్టుకొలత × గది ఎత్తు

చుట్టు కొలత = P అయితే = Ph చ.యూ.

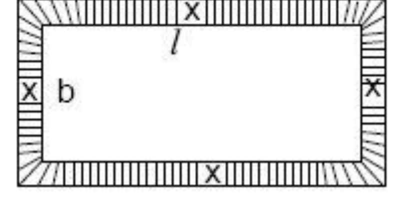


గది నేల చతురస్రాకారంలో ఉంటే l = b కాబట్టి గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం = $4lh$ అవుతుంది.

గది పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు మూడూ సమానమైతే గది నాలుగు గోడల వైశాల్యం = 4a2 చ.యూ.

దీర్ఘ చతురస్రాకార బాటలు

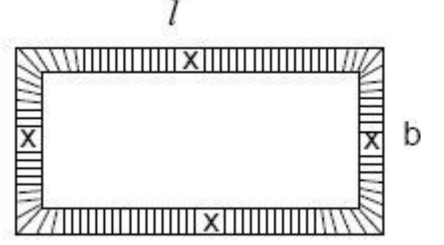
i) బయటి బాట వైశాల్యం:



దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలం చుట్టూ బయటివైపు ' x ' మీటర్ల బాటను నిర్మిస్తే,

బయటి బాట వైశాల్యం = 2 × (l + b + 2x)

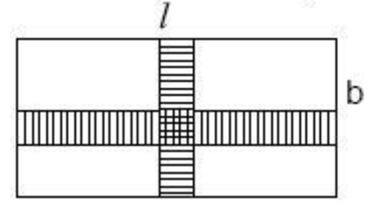
ii) లోపలి బాట వైశాల్యం: దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలం పొడవు l,



వెడల్పు b, దాని చుట్టూ లోపలివైపు ' x ' మీటర్ల బాటను నిర్మిస్తే

లోపలి బాట వైశాల్యం = 2x (l + b - 2x)

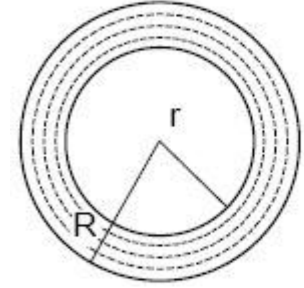
iii) రెండు బాటల వైశాల్యం: దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలం మధ్య రెండు బాటలను ఒకటి పొడవుకు సమాంతరంగా, మరొకటి వెడల్పునకు సమాంతరంగా నిర్మిస్తే



రెండు బాటల వైశాల్యం = x (l + b - x)

వృత్తాకార బాట లేదా కంకణం వైశాల్యం

రెండు ఏక కేంద్ర వృత్తాల మధ్య ఉన్న ప్రదేశాన్ని కంకణం లేదా అంగుళ్యాకార స్థలం అంటారు. పటంలోని ఛాయావృత్త భాగం కంకణాన్ని సూచిస్తుంది. ఒకే తలంలో ఉన్న రెండు ఏక కేంద్ర వృత్తాల్లో బాహ్య, అంతరవృత్త వ్యాసార్థాలు వరుసగా R, r అయితే అంగుళ్యాకార స్థలం లేదా బాట వెడల్పు = R - r



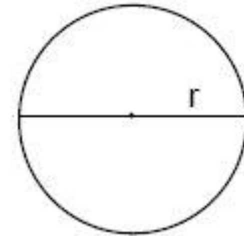
వైశాల్యం $A = \Pi R^2 - \Pi r^2$

$= \Pi(R^2 - r^2)$

$= \Pi(R+r)(R-r)$ చ.యూ.

వృత్తం

వృత్త వ్యాసం = d, వ్యాసార్ధం = r అయితే

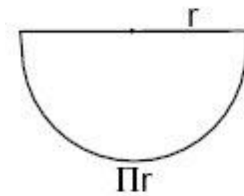


వృత్త వైశాల్యం = Πr^2 లేదా $\frac{\Pi d^2}{4}$

చుట్టుకొలత లేదా పరిధి = $2\Pi r$ లేదా Πd

వృత్తపరిధి = C, వైశాల్యం = A అయితే $A = \frac{C^2}{4\Pi}\left(\Pi = \frac{22}{7}\right)$

అర్ధవృత్తం



అర్ధవృత్త వైశాల్యం $\frac{\Pi r^2}{2}$ లేదా $\frac{\Pi d^2}{8}$

అర్ధవృత్త పరిధి $= \Pi r + 2r = \frac{22}{7}r + \frac{2r}{1} = \frac{22r + 14r}{7} = \frac{36}{7}r$

1. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలం పొడవు 13.5 మీ., వెడల్పు 8 మీ. అయితే దాని వైశాల్యం ఎంత?

జ: 108 చ.యూ.

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో పొడవు, వెడల్పు ఉన్నాయి. కాబట్టి,

వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు = 13.5 × 8 = 108.0 చ.యూ

2. ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు, వెడల్పులను 20 శాతం పెంచితే దాని వైశాల్యంలో మార్పు ఎంత శాతం?

జ: 44%

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో వాస్తవ పొడవు = *x* మీ. వాస్తవ వెడల్పు = y మీ. అప్పుడు

వైశాల్యం = (*x* y) m2

కొత్త పొడవు = $\left(\frac{120}{100}x\right)m = \left(\frac{6}{5}x\right)m$

కొత్త వెడల్పు $= \left(\frac{120}{100}y\right)m = \left(\frac{6}{5}y\right)m$

కొత్త వైశాల్యం $= \frac{6}{5}x \times \frac{6}{5}y = \left(\frac{36}{25}xy\right)m^2$

పెరిగిన శాతం $= \left(\frac{11}{25}xy \times \frac{1}{xy} \times 100\right)\% = 44\%$

Short cut : $20 + 20 + \frac{20\times20}{100} = 40+4 = 44\%$ | $x+y+\frac{xy}{100}$

3. ఒక దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు 60% పెంచితే, దాని వైశాల్యంలో మార్పు లేకుండా ఉండాలంటే, వెడల్పు ఎంత శాతం తగ్గించాలి?

జ: 37 1/2%

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో వాస్తవ పొడవు = x, వాస్తవ వెడల్పు = y వైశాల్యం = xy

కొత్తపొడవు $= \frac{160}{100} \times = \frac{8x}{5}$

కొత్త వెడల్పు z అనుకోండి. అయితే $\frac{8x}{5} \times z = xy \Rightarrow z = \frac{5y}{8}$

తగ్గిన వెడల్పు శాతం $\left(\frac{3y}{8} \times \frac{1}{y} \times 100\right)\% = \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}\%$

4. రెండు చతురస్రాల్లో ఒకదాని కర్ణం పొడవు మరోదాని కర్ణం పొడవుకు రెట్టింపు అయితే ఆ రెండు చతురస్ర వైశాల్యాల నిష్పత్తి ఎంత?

జ: 4 : 1

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో రెండు చతురస్ర కర్ణాల పొడవులు 2d, d అనుకుంటే వాటి వైశాల్యాల మధ్య నిష్పత్తి

$$= \frac{\frac{1}{2}\times(2d)^2}{\frac{1}{2}\times(d)^2} = \frac{4d^2}{d^2} = \frac{4}{1} = 4:1$$ అవుతుంది.

5. వృత్త వ్యాసార్ధం 7 యూనిట్లయితే వైశాల్యం ఎంత?

జ: 154 చ.యూ.

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో వ్యాసార్ధం ఇచ్చినప్పుడు వైశాల్యం

$= \Pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ చ.యూ. అవుతుంది

6. ఒక వృత్తం వైశాల్యం 220 చ.సెం.మీ. దాని లోపల ఒక పెద్ద చతురస్రాన్ని నిర్మిస్తే చతురస్ర వైశాల్యం ఎంత?

జ: 140 cm2

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో వృత్తం లోపల చతురస్రం నిర్మించాలి.

చతురస్రంలో కర్ణం d తెలిసినప్పుడు వైశాల్యం $= \frac{d^2}{2}$

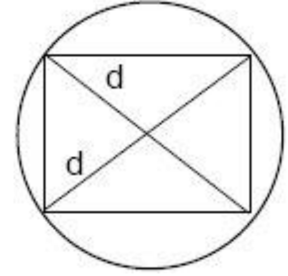
వృత్త వైశాల్యం $\Pi R^2 = 220$

$R^2 = \frac{220}{\Pi} = \frac{220}{\frac{22}{7}} = 220 \times \frac{7}{22}$ $R^2 = 70$

$R = \frac{1}{2} \times$ కర్ణం $\Rightarrow$ కర్ణం $= 2R$

కర్ణం తెలిసినప్పుడు వైశాల్యం $= \frac{(2R^2)}{2} = \frac{4R^2}{2} = 2R^2$

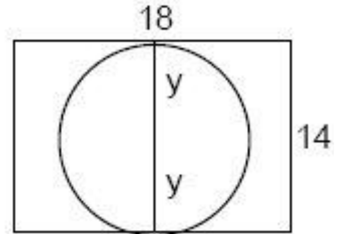
$= 2 \times 70 = 140$ చ.సెం.మీ.



7. ఒక దీర్ఘచతురస్రం పొడవు 18 సెం.మీ., వెడల్పు 14 సెం.మీ. దాని లోపల నిర్మించగల పెద్ద వృత్త వైశాల్యం ఎంత?

జ: 154 సెం.మీ.2

వివరణ: ఇచ్చిన సమాచారాన్ని ముందుగా పటం ద్వారా చూపి, లెక్క చేస్తే సులభంగా వస్తుంది. వృత్త వ్యాసార్ధం కావాలంటే దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పును సగం చేయాలి.



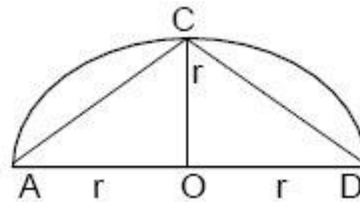
$r = \frac{14}{2} = 7 cm$

వృత్త వైశాల్యం $= \Pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ చ.సెం.మీ.

8. ఒక అర్ధవృత్తం వ్యాసార్ధం r. దాని లోపల ఒక పెద్ద త్రిభుజాన్ని నిర్మిస్తే త్రిభుజ వైశాల్యం ఎంత?

జ: r2

వివరణ: ఇచ్చిన సమాచారాన్ని పటం ద్వారా చూపిస్తే లెక్క సులభంగా చేయవచ్చు. అర్ధవృత్త కేంద్రం ' O ' నుంచి వృత్తంపైకి గీసిన రేఖను వ్యాసార్ధం r అంటారు. త్రిభుజం

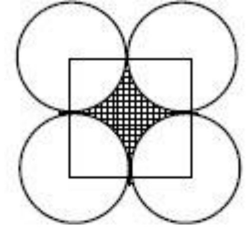


వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times$ భూమి $\times$ ఎత్తు

$= \frac{1}{2} \times 2r \times r = r^2$

అవుతుంది.

9. 7 సెం.మీ. వ్యాసార్ధమున్న 4 వృత్తాకార కార్డుబోర్డు ముక్కలను ఒకదానిపక్కన ఒకటి, ప్రతి రెండూ కలిసేలా అమరిస్తే, దాని మధ్య భాగంలో ఖాళీ స్థల వైశాల్యం ఎంత?



జ: 42 సెం.మీ.2

వివరణ: ఇచ్చిన సమాచారం ప్రకారం కావాల్సిన స్థల వైశాల్యం

$$= \frac{6}{7} \times r^2 = \frac{6}{7} \times 7 \times 7 = 42 cm^2$$

10. ఒక వృత్త వ్యాసార్థాన్ని రెట్టింపు చేస్తే దాని వైశాల్యం ఎంత శాతం పెరుగుతుంది?

జ: 300%

వివరణ: వ్యాసార్థం R అనుకుంటే కొత్త వ్యాసార్థం = 2R అవుతుంది.

వాస్తవ వైశాల్యం $= \Pi R^2$ కొత్త వైశాల్యం $= \Pi(2R^2) = 4\Pi R^2$

పెరిగిన వైశాల్యం $= 4\Pi R^2 - \Pi R^2 = 3\Pi R^2$

పెరిగిన శాతం $= \left(\frac{3\Pi R^2}{\Pi R^2} \times 100\right)\% = 300\%$

11. రాంబస్ వైశాల్యం 25 చ.సెం.మీ. దాని ఒక కర్ణం పొడవు మరో కర్ణం పొడవుకు రెట్టింపు అయితే, రెండు కర్ణాల మొత్తం ఎంత?

జ: 15 సెం.మీ.

వివరణ: రాంబస్ ఒక కర్ణం పొడవు d. మరో కర్ణం పొడవు 2d అవుతుంది. రెండు కర్ణాలు తెలిసినప్పుడు

వైశాల్యం 25 = $\frac{1}{2} \times d \times 2d$

d2 = 52 d = 5

కర్ణాల మొత్తం (d + 2d) = 3d

= 3 (5) = 15 సెం.మీ.

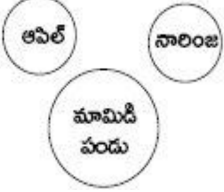
లాజికల్ వెన్ చిత్రాలు (Logical Venn Diagrams)

లాజికల్ వెన్ చిత్రాల మీద అడిగే ప్రశ్నలను దృష్టిలో పెట్టుకుని వీటినిరెండు రకాలుగా విభజించారు. దీనిలో కొన్ని diagrams ఇచ్చి దాని కింద కొన్ని పదాలు లేదా వాక్యాలు ఇస్తారు.

మొదటిరకం వెన్ చిత్రాలు:

1) ఇచ్చిన అంశాలు వేర్వేరు సమూహాలకు చెందితే వెన్ చిత్రం కింది విధంగా ఉంటుంది.

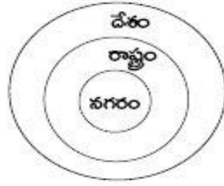
ఉదా: ఆపిల్, నారింజ, మామిడిపండు.



ఈ ఉదాహరణలో ఉన్న మూడు రకాల పండ్లలో ఒకదానికి మరోదానితో ఎలాంటి సంబంధం లేదు. చూపిన వెన్ చిత్రంలో వేర్వేరుగా ఉంటాయి.

2) ఇచ్చిన అంశాల్లో రెండోది మొదటి తరగతికి, మూడోది రెండో తరగతికి చెందితే వెన్ చిత్రం ఏకకేంద్రవృత్తంగా ఉంటుంది. అంటే మూడువృత్తాలు ఒకదానిలో ఒకటి ఇమిడి ఉంటాయి.

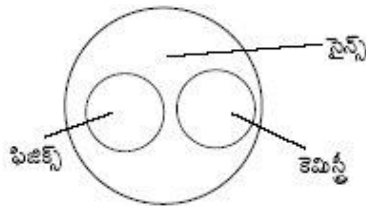
ఉదా: నగరం, రాష్ట్రం, దేశం



నగరం అనేది రాష్ట్రంలో భాగం. అలాగే రాష్ట్రం అనేది దేశంలో భాగం కాబట్టి ఒకదానిలో మరొకటి అమరి ఉంటాయి.

3) ఇచ్చిన మూడు అంశాల్లో రెండు అంశాలు వేర్వేరుగా ఉండి ఇవి రెండూ మూడోదాని తరగతికి చెందితే వెన్ చిత్రం కింది విధంగా ఉంటుంది.

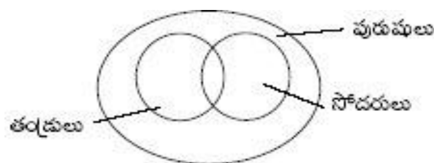
ఉదా: ఫిజిక్స్ (Physics), కెమిస్ట్రీ (Chemistry), సైన్స్ (Science).



ఫిజిక్స్, కెమిస్ట్రీ అనేవి రెండు వేర్వేరు సబ్జెక్టులు. అయితే ఈ రెండింటిని మనం సైన్స్‌గా పరిగణిస్తాం.

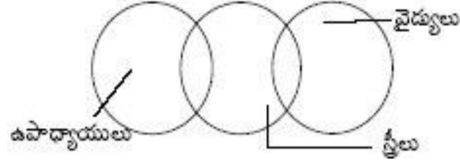
4) ఇచ్చిన అంశాల్లో రెండు అంశాలు మూడో తరగతికి చెందినవై ఉండి, ఆ రెండు అంశాల్లో కొన్నింటికి సాధారణ సంబంధముంటే ఆ వెన్ చిత్రం ఒక పెద్ద వృత్తంలో రెండు చిన్న వృత్తాలు ఖండించుకునేట్లుగా ఉంటుంది.

ఉదా: తండ్రులు (Fathers), సోదరులు (Brothers) పురుషులు (males)



5) రెండు వేర్వేరు అంశాలు మూడో తరగతికి చెంది అవి మూడు స్వతంత్రాలైతే ఆ మూడింటికి చెందిన వెన్ చిత్రం ఒకే రేఖలో మూడు ఖండించుకునే వృత్తాలుగా ఉంటుంది.

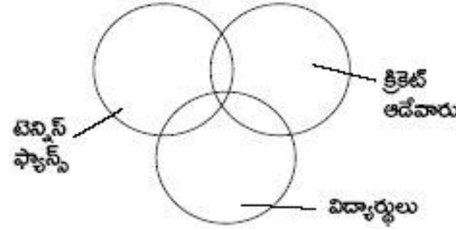
ఉదా: ఉపాధ్యాయులు (Teachers), స్త్రీలు, వైద్యులు.



ఉపాధ్యాయులు, వైద్యులు వేర్వేరు తరగతులకు చెందినవారు. కానీ స్త్రీలలో కొందరు ఉపాధ్యాయులు, కొందరు వైద్యులు ఉంటారు.

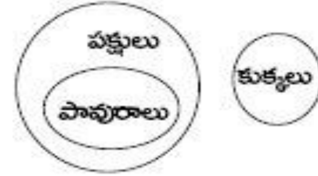
6) ఇచ్చిన మూడు అంశాలు ఒకదాంతో మరొకదానికి పరస్పరం సంబంధం ఉన్నప్పుడు మూడువృత్తాలు పరస్పరం ఒకదానితో మరొకటి ఖండించుకుంటున్నట్లుగా ఉంటాయి. అంటే వెన్‌చిత్రం మూడు వృత్తాలుగా ఉంటుంది.

ఉదా: విద్యార్థులు, టెన్నిస్ ఫ్యాన్స్, క్రికెట్ ఆడేవారు.



7) ఒక అంశం రెండోదాని తరగతికి చెంది, మూడోది పూర్తిగా రెండింటికీ భిన్నంగా వేరే తరగతికి చెందినప్పుడు వెన్ చిత్రం...

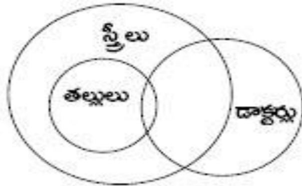
ఉదా: కుక్కలు, పావురాలు, పక్షులు. పావురాలు అనేవి పక్షులకు చెందినవి.



కాబట్టి పక్షులనే పెద్ద వృత్తంలో పావురాలనే చిన్న వృత్తం ఉంది. కుక్కలు అనే వృత్తం వేరుగా ఉంటుంది.

8) ఒక అంశం రెండోదానిలో భాగమై మూడోది ఈ రెండింటికి సంబంధించింది వేరుగా ఉన్న వాటి వెన్ చిత్రం.

ఉదా: స్త్రీలు, తల్లులు, డాక్టర్లు.



సాధారణంగా తల్లి అయిన ప్రతి వ్యక్తి స్త్రీ అవుతుంది. కొద్దిమంది స్త్రీలుడాక్టర్లు కావచ్చు. అలాగే కొంతమంది తల్లులైన స్త్రీలు కూడా డాక్టర్లు కావొచ్చు.

9) మూడు అంశాల్లో ఒకటి రెండోదానిలో భాగమై ఉండి, మూడోది ఈ రెండింటికీ చెందిన తరగతి. వాటి వెన్ చిత్రం.

ఉదా: పురుషులు, శ్రామికులు, తోట



శ్రామికుల్లో కొంతమంది పురుషులు ఉంటారు. అలాగే పురుషుల్లో కొంతమందిశ్రామికులుంటారు. ఈ రెండు పరస్పరం ఖండించుకునే వృత్తాలు. తోట అనేది ఈరెండింటికి చెందింది.

Reasoning Topics

కోడింగ్ – డీకోడింగ్ (Coding and Decoding)

¤ కోడింగ్ అంటే ఒక పదాన్ని లేదా సారాంశాన్ని మూడో వ్యక్తి గుర్తించకుండా సంకేతాలతో ఇవ్వడం. డీకోడింగ్ అంటే అలా సంకేతాలతో ఇచ్చిన పదాలను లేదా సారాంశాన్ని మామూలు పదంగా మార్చడం.

¤ టెస్ట్ ప్రశ్నలో ఇచ్చిన కోడ్ భాషను అభ్యర్థి గుర్తించి అదే విధంగా డీకోడింగ్ చేయగలుగుతున్నాడా లేదా అనే అంశాన్ని పరీక్షించడానికి ఉద్దేశించిందే ఈ కోడింగ్, డీకోడింగ్.

¤ ఇచ్చిన పదాలు, సంఖ్యలు వాటి మధ్య సంబంధాలు నిజమైనవి కావు. అవి ఊహాత్మకమైనవి

¤ రహస్య విషయాలు దానికి సంబంధించిన వ్యక్తులకు తప్ప మిగిలినవారికి తెలియకుండా ఉండేందుకు ఈ కోడింగ్ ఉపయోగిస్తారు.

¤ కోడింగ్, డీకోడింగ్‌కు సంబంధించి అడిగే ప్రశ్నలను సాధన చేయడానికి ముందు అభ్యర్థికి అల్ఫాబెటికల్ ఆర్డర్‌మీద మంచి అవగాహన అవసరం. అలాగే రివర్స్ ఆర్డర్ మీద కూడా అవగాహన ఉండాలి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N
26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14

¤ టేబుల్‌పై మంచి అవగాహన ఉంటే ఇచ్చిన ప్రశ్నలకు సులువుగా సమాధానం రాబట్టవచ్చు

ఉదా: P అంటే పదహారు ఏళ్ల వయసు అంటే P = 16 ఆ విధంగా మనకు గుర్తు ఉండే విధంగా తయారు చేసుకోవాలి.

కోడింగ్ - డీకోడింగ్ రకాలు

1. Letter coding
2. Number coding
3. Number to letter coding
4. Matrix coding
5. Substitution
6. Mixed letter coding
7. Mixed Number coding

Letter Coding: దీనిలో ఒక ఇంగ్లిష్ పదాన్ని, దాని కోడ్ రూపాన్ని ఇచ్చి వేరే పదానికి కోడ్ రూపాన్ని లేదా కోడ్ రూపానికి సంబంధించిన పదాన్ని కనుక్కోవాలని అడుగుతారు.

Number Coding: దీనిలో సంఖ్యలను, ఆంగ్ల పదాలకు కోడ్‌గా లేదా ఆంగ్లపదాలను సంఖ్యలకు కోడ్‌గా ఇస్తారు.

Number to letter coding: దీనిలో ఒక సంఖ్యకు ఒక ఆంగ్ల అక్షరాన్ని కోడ్‌గా ఇస్తే కొన్ని సంఖ్యల సమూహానికి కోడ్ కనుక్కోవాలి.

Matrix Coding: ఇందులో ఒక పదం ఇస్తారు. దానికి సంబంధించిన రెండు matrix ఇస్తారు. అందులో ఉన్న అక్షరానికి నిలువు లేదా అడ్డు వరుసల ద్వారా కోడ్ కనుక్కోవాలి.

Substitution: దీనిలో కొన్ని పదాలు లేదా వస్తువులు వేరొక పదంతో కోడ్ చేసి ఉంటాయి

Mixed Letter Coding: దీనిలో 3 లేదా 4 పదాలున్న వాక్యాలను, వాటి కోడ్‌లను ఇచ్చి ఆ వాక్యాల్లో ఉన్న ఏదో ఒక పదం కోడ్ కనుక్కోమంటారు.

Mixed Number Coding: దీనిలో కొన్ని సంఖ్యలను ఆంగ్ల పదాలుగా కోడ్‌చేసి ఆ సంఖ్యల్లోని ఏదో ఒక అంకె కోడ్ అడుగుతారు.

భిన్న పరీక్ష - ఆల్ఫాబెట్‌లు

ఇచ్చిన పదాలు లేదా అక్షరాల్లో ఒకటి మాత్రమే భిన్నంగా ఉంటుంది. అదే కావాల్సిన సమాధానం.

1. ఎ) ZW బి) TQ సి) SP డి) NL

జ: NL

వివరణ:

ఆల్ఫాబెటిక్ అక్షరాల విలువలను నేర్చుకుంటే, ఈ విభాగంలోని ప్రశ్నలను సులువుగా సాధించవచ్చు.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N
26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14

దీంట్లో ముందు అక్షరం విలువ నుంచి 3 తీసేస్తే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది. కానీ, **NL** లో భేదం 2 (14-12) గా ఉంది. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

2. ఎ) CFD బి) GJH సి) KNM డి) JNK

జ: KNM

వివరణ: దీంట్లో ముందు అక్షరం విలువకు 3 కలిపితే రెండో అక్షరం, రెండో అక్షరం నుంచి 2 తీసేస్తే తర్వాత అక్షరం వస్తాయి. కానీ, **KNM** ఈవిధంగా లేదు. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

3. ఎ) KLM బి) ABC సి) DEF డి) RST

జ: RST

వివరణ: ముందు అక్షరం విలువకు 1 కలిపితే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.

+1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1
KLM, ABC, DEF, RST అన్ని అక్షరాలూ ఇదేవిధంగా అమరి ఉన్నాయి. కానీ, పైన ఇచ్చిన టేబుల్‌ను గమనిస్తే **RST** అనే అక్షరాలు రెండో సగభాగంలో ఉన్నాయి.

4. ఎ) BD బి) CI సి) DP డి) EV

జ: EV

వివరణ: ఈ అమరికలో ముందు అక్షరం విలువను వర్గం చేస్తే రెండో అక్షరం వస్తుంది. కానీ

EV లో E $\Rightarrow 5 \Rightarrow 5 \times 5 = 25 = Y$. రెండో అక్షరం Y ఉండాలి.

కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

5. ఎ) AA బి) BB సి) EEEEE డి) DDDD

జ: AA

వివరణ: వీటిలో AA కాకుండా మిగిలినవాటిలో అక్షరం విలువ ఎంత ఉందో ఆ అక్షరాన్ని అన్నిసార్లు రాశారు.

6. ఎ) BO బి) AN సి) DW డి) CP

జ: DW

వివరణ: మొదటి, రెండో అక్షరాల మధ్య వ్యత్యాసం 13 ఉంది. కానీ, DW లో భేదం 19 (23 - 4) ఉంది. కాబట్టి DW భిన్నమైంది.

7. ఎ) ABC బి) BCD సి) CDE డి) DEF

జ: BCD

వివరణ: అన్ని అమరికల్లోని అక్షరాల విలువలు క్రమంగా పెరిగాయి. Vowles ఆధారంగా చూస్తే

BCD లో vowel లేదు. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

8. ఎ) PRT బి) MOQ సి) GEC డి) TVX

జ: GEC

వివరణ: ఈ అమరికలో ప్రతి ముందు అక్షరానికి 2 కలిపితే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది. కానీ, GEC లో 2 తీసేశారు. కాబట్టి

భిన్నమైంది GEC .

9. ఎ) LO బి) MN సి) GT డి) FV

జ: FV

వివరణ: టేబుల్‌ను గమనిస్తే, ప్రతి జత అక్షరాల్లో మొదటిదానికి రెండోది వ్యతిరేక స్థానం ఉంది.

వ్యతిరేకంగా

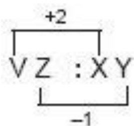
L $\rightarrow$ O
M $\rightarrow$ N
G $\rightarrow$ T
F $\rightarrow$ U కానీ, దీని స్థానంలో V ఉంది. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

10. ఎ) QT : RS బి) LP : MO సి) BG : CF డి) VZ : XY

జ: VZ : XY

వివరణ: మొదటి అక్షరాల జతలోని ముందు అక్షరానికి 1 కలిపి, రెండో అక్షరం నుంచి 1 తీసేస్తే రెండో జత వస్తుంది. కానీ, VZ : YZ లో ఈవిధంగా లేదు.

కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.



11. ఎ) LMN బి) LKJ సి) UTS డి) FED

జ: LMN

వివరణ: LMN లో అక్షరాల విలువలు పెరిగే క్రమంలో ఉండగా, LKJ, UTS, FED ల్లో తగ్గే క్రమంలో ఉన్నాయి. కాబట్టి భిన్నమైంది

LMN.

12. ఎ) Shirt - Dress   బి) Boy - Girl   సి) Mango - Fruit   డి) Table - furniture

జ: Boy - Girl

వివరణ: ఇచ్చిన పదాల జతల్లో రెండోది, మొదటి పదంలో భాగంగా ఉంది.

Shirt అనేది Dress లో భాగం.

Mango అనేది Fruit లో భాగం.

Table అనేది Furniture లో భాగం.

Boy, Girl అనేవి రెండూ భిన్నమైన పదాలు.

13. ఎ) SORE   బి) SOTLU   సి) NORGAE   డి) MEJNIAS

జ: NORGAE

వివరణ: ప్రతి పదంలోని అక్షరాలను ఒక క్రమంలో రాస్తే అర్థవంతమైన పదాలు వస్తాయి

Sore → Rose
Sotlu →Lotus
Norgae →Orange
Mejnias →Jasmine
Orange తప్ప మిగిలినవన్నీ పుష్పాలు. కాబట్టి భిన్నమైంది Orange.

14. ఎ) JOT   బి) OUT   సి) FED   డి) DIN

జ: OUT

వివరణ: అన్ని పదాల్లో ఒక Vowel మాత్రమే ఉంది. కానీ, Out లో రెండు vowles ఉన్నాయి. కాబట్టి భిన్నమైంది ఇదే అవుతుంది.

15. ఎ) PUT   బి) END   సి) OWL   డి) ARM

జ: PUT

వివరణ: ఆప్షన్లలో ఇచ్చిన ప్రతి పదం Vowelతో ప్రారంభమైంది. Put మాత్రమే ఈవిధంగా లేదు. కాబట్టి భిన్నమైంది ఇదే.

16. ఎ) EBD బి) IFH సి) QNO డి) YVX

జ: QNO

వివరణ: ఇచ్చిన పదాల్లోని మొదటి, చివరి స్థానాల్లో వరుస అక్షరాలు ఉన్నాయి.

EBD →D,E
IFH →H,I
QNO →O,Q
YVX →XY
QNO లో O తర్వాత P ఉండాలి. కానీ, Q ఉంది. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

17. ఎ) RNJ బి) XTP సి) MIE డి) ZWR

జ: ZWR

వివరణ: దీంట్లో ప్రతి పదంలోని ముందు అక్షరం విలువ నుంచి 4 తీసేస్తే తర్వాత అక్షరాలు వస్తాయి.

18 14 10   -4 -4
R N J →R N J
24 20 16   -4 -4
X T P →X T P
13 9 5   -4 -4
M I E →M I E
26 23 18   -3   -5

Z W R →Z W R
ZWR లో ఈవిధంగా లేదు. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

18. ఎ) ABCD బి) EGIK సి) ACDF డి) CFIL

జ: ACDF

వివరణ: ఇచ్చిన ఆప్షన్లలో ప్రతి అమరికలోని ముందు పదాల విలువకు ఒక స్థిర సంఖ్యను కలిపితే తర్వాత అక్షరాలు వస్తున్నాయి. కానీ, ACDF ఈ క్రమంలో లేదు. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

+1 +1 +1 +2 +2 +2
A B C D ; E G I K ;
+2 +1 +2 +3 +3 +3
A C D F ; C F I L

19. ఎ) xXYA బి) iLMP సి) hHIK డి) bBCE

జ: iLMP

వివరణ: ప్రతి పదంలోని మొదటి అక్షరాన్ని చిన్నది (small letter)గా రాసి, తర్వాత వెంటనే అదే అక్షరాన్ని పెద్ద అక్షరం (capital letter)గా రాశారు. కానీ, iLMP లో ఈవిధంగా లేదు కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

xXYA, **iLMP**, hHIK, bBCE
20. ఎ) PENAL బి) IDHNI సి) RUUD డి) KRTSINSA

జ: PENAL

వివరణ: ప్రతి ఆప్షన్‌లోని అక్షరాలను ఒక క్రమంలో రాస్తే కొన్ని భాషల పేర్లు వస్తాయి. కానీ, **PENAL** లోని పదాలతో ఏ భాష పేరు రాదు. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

బి) IDHNI →HINDI

సి) RUUD →URDU

డి) KRTSINSA →SANSKRIT

ఎ) PENAL →?

21. ఎ) HSIRJ బి) FIGSH సి) DWEVF డి) AZBYC

జ: FIGSH

వివరణ: ప్రతి పదంలోని మొదటి, మూడు, అయిదో అక్షరాలు వరుసగా వాటి విలువలు పెరిగే క్రమంలోనూ, రెండు, నాలుగో అక్షరాలు వాటి ముందు అక్షరానికి వ్యతిరేకంగానూ (టాక్సు ప్రకారం) ఉన్నాయి.

H S I R J →H, I, J →
H వ్యతిరేకం S;

I వ్యతిరేకం R

F T G S H →F, G, H →
F వ్యతిరేకం U;

G వ్యతిరేకం S

D W E V F →D, E, F →
D వ్యతిరేకం W;

E వ్యతిరేకం V

A Z B Y C →A, B, C →
A వ్యతిరేకం Z;

B వ్యతిరేకం Y

FTGSH లో T స్థానంలో U ఉండాలి. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది.

22. ఎ) EFGIK బి) CDFIM సి) BCEHL డి) ABDGK

జ: EFGIK

వివరణ: ప్రతి పదంలోని ముందు అక్షరం విలువకు వరుసగా 1, 2, 3, 4 లను కలిపితే తర్వాత అక్షరాలు వస్తాయి.

+ 1 +2 +3 +4
బి) C D F I M

+ 1 +2 +3 +4
సి) B C E H L

+ 1 +2 +3 +4
డి) A B D G K

+ 1 +1 +2 +2
ఎ) E F G I K →భిన్నమైంది.

23. ఎ) H బి) Q సి) T డి) Z

జ: Q

వివరణ: ప్రతి అక్షరాల విలువలను గమనిస్తే (బాక్సు ప్రకారం) H = 8; Q = 17; T = 20; Z = 26 వీటిలో Q తప్ప మిగిలిన అక్షరాల విలువలన్నీ సరి సంఖ్యలు. కాబట్టి భిన్నమైంది Q.

24. ఎ) A బి) E సి) I డి) U

జ: U

వివరణ: అన్నీ vowles ఇచ్చారు. కానీ U అనేది రెండో సగ భాగంలో (బాక్సును గమనించండి) ఉంది. కాబట్టి భిన్నమైంది U.

25. ఎ) RSDNM బి) JIBWU సి) QPBDE డి) LKSZY

జ: JIBWU

వివరణ: ఇచ్చిన పదాల్లో మధ్య అక్షరాన్ని మినహాయిస్తే, మిగిలిన రెండు జతల్లో వరుస అక్షరాలు ఉన్నాయి.

ఎ) RSDNM →RS D NM

బి) **JIBWC** →**JI B WC** వరుస అక్షరాలు కావు.

సి) QPBDE →QP B DE

డి) LKSZY →LK S ZY

26. ఎ) DGLS బి) WZEL సి) JMRY డి) SUXB

జ: SUXB

వివరణ: ప్రతి పదంలో ముందు అక్షరం విలువలకు వరుసగా 3, 5, 7 కలిపితే తర్వాత అక్షరాలు వస్తున్నాయి.

+3 +5 +7   +3 +5 +7
D G L S   W Z E L ;

+3 +5 +7
J M R Y

+2 +3 +5
S U **X** B (దీంట్లో X స్థానంలో Y ఉండాలి. కాబట్టి ఇది భిన్నమైంది).

లెటర్ సిరీస్ (Letter Series)

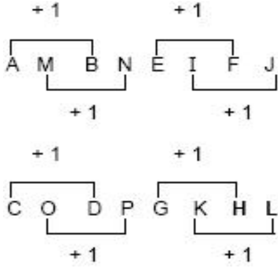
ఇచ్చిన శ్రేణుల్లో తర్వాత వచ్చే అక్షరాలను కనుక్కోండి.

1. A, M, B, N, E, I, F, J, C, O, D, P, G, K, ...
జ: HL

వివరణ: ఈ విభాగంలోని ప్రశ్నలను సులువుగా చేయడానికి అల్ఫాబెటిక్ అక్షరాల విలువలను నేర్చుకుంటే సులభంగా సమాధానం గుర్తించవచ్చు.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N
26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14

దీనిలో రెండు శ్రేణులు ఉన్నాయి. రెండింటినీ +1 చేస్తే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.

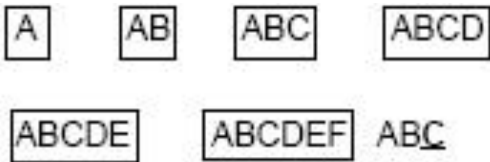


కావాల్సిన సమాధానం = HL

2. AABABCABCDABCDEABCDEFAB.....
జ: C

వివరణ: దీంట్లో మొదటి ఒక అక్షరాన్ని, తర్వాత రెండుఅక్షరాలను....

ఈ విధంగా తీసుకుని రాస్తే కావాల్సిన అక్షరం వస్తుంది.



3. D, G, J, M, P, ...

జ: S

వివరణ: దీంట్లో ప్రతి అక్షరం తర్వాత రెండు అక్షరాలను వదిలేస్తే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.

D, [EF], G, [HI], J, [KL],

M, [NO], P, [QR] S

4. B, D, G, K, P, ...

జ: V

వివరణ: దీంట్లో ప్రతి అక్షరం తర్వాత వరుసగా 1, 2, 3 .... అక్షరాలను వదిలేస్తే తర్వాతది వస్తుంది.

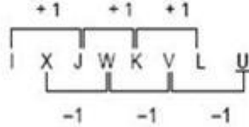
B [C] D [EF] G [HIJ]

K [LMNO] P [QRSTU] V

5. I, X, J, W, K, V, L, ...

జ: U

వివరణ: ఇందులో రెండు శ్రేణులు ఉన్నాయి. ఒకదాన్ని వరుసగా +1, రెండో దాన్ని వరుసగా -1 చేస్తే తర్వాత అక్షరాలు వస్తాయి.



6. A, B, D, H, ...

జ: P

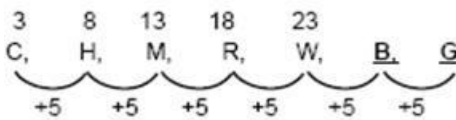
వివరణ: ఇందులో అక్షరం విలువను '2' తో గుణిస్తే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.

A = 1, B = 2...
A × 2 ⇒ 1 × 2 = 2
B × 2 ⇒ 2 × 2 = 4
D × 2 ⇒ 4 × 2 = 8
H × 2 ⇒ 8 × 2 = 16
⇒ P అవుతుంది.

7. C, H, M, R, W, ...

జ: B, G

వివరణ: దీనిలో అక్షరం విలువకు +5 కలిపితే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.

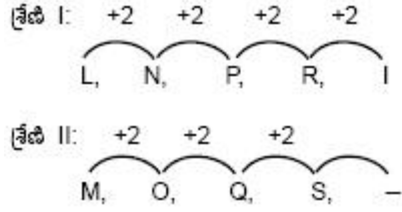


8. LMN, NOL,PQJ, RSH,.....

జ: TUF

వివరణ:

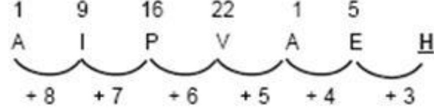
ఇందులో మూడు శ్రేణులు ఉన్నాయి. మొదటి, రెండో శ్రేణులను వరుసగా +2, మూడో శ్రేణిని -2 చేస్తే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.



9. A, I, P, V, A, E, ...

జ: H

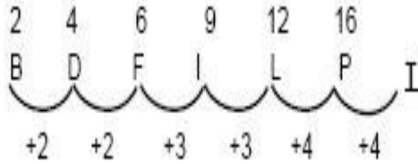
వివరణ: దీంట్లో వరుస అక్షరాలకు + 8, + 7, + 6,.... కలిపితే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.



10. B, D, F, I, L, P, ...

జ: T

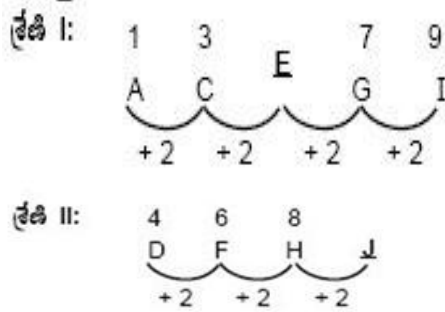
వివరణ: దీంట్లో వరుసగా +2, +2, +3, +3, +4, +4 చేస్తే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.



11. A, D, C, F, ..., H, G, ..., I,

జ: E, J

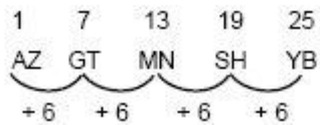
వివరణ: దీంట్లో రెండు శ్రేణులు ఉన్నాయి. ప్రతి శ్రేణిలో ముందు అక్షరానికి +2 కలిపితే తర్వాత అక్షరం వస్తుంది.



12. AZ, GT, MN, ..., YB

జ: SH

వివరణ: దీంట్లో మొదటి అక్షరానికి +6 చేస్తే వచ్చిన అక్షరానికి వ్యతిరేకంగా అంటే ముందు (వివరణలో) బాక్సులో చెప్పిన విధంగా ఉంటుంది.



13. ATTRIBUTION, TTRIBUTIO, RIBUTIO, IBUTI, ...

జ: UTI

వివరణ: మొదటి పదంలోని మొదటి, చివరి అక్షరాలను తొలగించి తర్వాత పదంగా రాయాలి. దీనిలో మొదటి, రెండో అక్షరాన్ని తొలగించినప్పుడు తర్వాత పదం వస్తుంది. ఈ విధంగా చేస్తే తర్వాత పదాలు వస్తాయి.

వదిలేసిన అక్షరాలు వదిలేసిన అక్షరాలు
ATTRIBUTION, TTRIBUTIO, RIBUTIO,
తొలగించిన అక్షరాలు
IBUTI, UTI
తొలగించిన అక్షరాలు

14. BDF, CFI, DHL, ...

జ: EJO

వివరణ: దీంట్లో మొదటి పదంలోని ప్రతి అక్షరాన్నీ వరుసగా +1, +2, +3 చేస్తే తర్వాత అక్షరాలు వస్తాయి.

B +1→ C +1→ D +1→ E
D +2→ F +2→ H +2→ J
F +3→ I +3→ L +3→ O

15. Z, U, Q, ..., L

జ: N

వివరణ: దీంట్లో ముందు అక్షరాల నుంచి వరుసగా -5, -4, -3, -2, -1 చేస్తే తర్వాత అక్షరాలు వస్తాయి.

26 21 17 14 12
Z U Q N L
-5 -4 -3 -2

16. PEN, NPE, ENP, PUT, ..., UTP

జ: TPU

వివరణ: దీన్ని జాగ్రత్తగా చేయాలి. ఎందుకంటే ఉన్న అక్షరాలే ఉన్నాయి కాబట్టి.

P E N N P E E N P
P U T T P U U T P

17. BIX, C2W, E4V, H8U, L16T,.....

జ: Q32S

వివరణ: ఇందులో మొదటి పదంలోని మొదటి అక్షరానికి వరుసగా +1, +2, +3... రెండో దాన్ని ' × 2' చేస్తే తర్వాత సంఖ్య వస్తుంది. మూడో దాన్ని -1, చేస్తే తర్వాత అక్షరాలు వస్తాయి.

B +1→ C +2→ E +3→ H +4→ L +5→ Q
I ×2→ 2 ×2→ 4 ×2→ 8 ×2→ 16 ×2→ 32
X -1→ W -1→ V -1→ U -1→ L -1→ S

18. AB, BA, ABC, CBA, ABCD,.....

జ: DCBA

వివరణ: ఇందులో ముందు ఉన్న అక్షరాలను తిప్పి రాశారు.

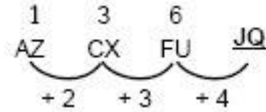
AB, BA, ABC, CBA,



19. AZ, CX, FU, ...
జ: JQ

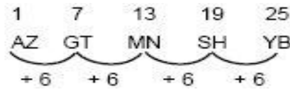
వివరణ:

ఇందులో ముందు ఉండే అక్షరాలకు వరుసగా +2, +3 కలుపుతూ దానికి వ్యతిరేకంగా బాక్సులో చూపినట్లు తీసుకోవాలి.



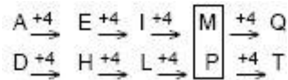
20. AZ, GT, MN, SB, ...
జ: YB

వివరణ: 12వ సమస్య మాదిరిగా చేయాలి. దీంట్లో మొదటి అక్షరానికి +6 చేస్తే వచ్చిన అక్షరానికి వ్యతిరేకంగా అంటే ముందు (వివరణలో) బాక్సులో చెప్పిన విధంగా ఉంటుంది.



21. AD, EH, IL, ..., QT
జ: MP

వివరణ: ఇందులో ముందు పదంలోని ప్రతి అక్షరానికి +4 కలిపితే తర్వాత పదం వస్తుంది.

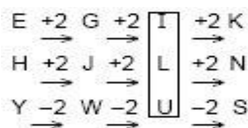


22. U, O, I, ..., A
జ: E

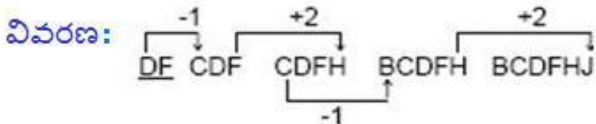
వివరణ: ఇందులో Vowles ను తిప్పి రాశారు.

23. EHY, GJW, ..., KNS
జ: ILU

వివరణ: ఇందులో మొదటి పదంలోని అక్షరాలకు +2, +2, తర్వాత -2 చేస్తే కావాల్సిన అక్షరాలు వస్తాయి.

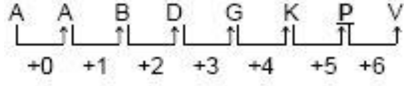


24. DF, CFG, ..., BCDFH, BCDFHJ
జ: CDFH



25. A,A, B, D, G, K, ..., V
జ: P

వివరణ : ముందు అక్షరాలకు వరుసగా +0, +1, +2.. చేస్తే తర్వాత అక్షరాలు వస్తాయి.



ఆల్ఫాబెటికల్ అనాలజీ (Arithematic Analogy)

అనాలజీ అంటే తెలుగులో పోలిక అని అర్థం. ఈ విభాగంలో a : b :: c : d రూపంలో పదాలను ఇస్తారు. ఇందులో ఏదో ఒక పదాన్ని మాత్రమే కనుక్కోవాల్సి ఉంటుంది. a : b లోని రెండు పదాలకు మధ్య ఎలాంటి సంబంధం ఉంటుందో కనుక్కొని తరువాత ఇచ్చిన పదాల మధ్య అలాంటి సంబంధాన్నే గుర్తించాలి.

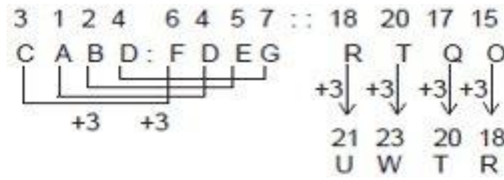
అనాలజీ ప్రశ్నలను సులువుగా సాధించడానికి అల్ఫాబెట్‌స్‌ను రాసి వాటిపై సంఖ్యలను గుర్తించాలి

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N
26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14

1. CABD: FDEG :: RTQO : _____

జవాబు: UWTR

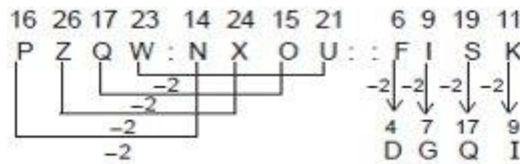
వివరణ:



2. PZQW: NXOU:: FISK : ______

జవాబు: DGQI

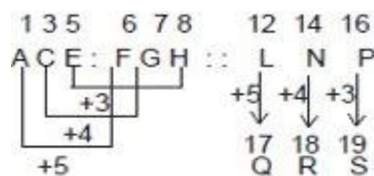
వివరణ: ఇచ్చిన పదంపై సంఖ్యలను రాస్తే ప్రశ్నలను సులువుగా సాధించవచ్చు



3. ACE: FGH :: LNP : ______

జవాబు: QRS

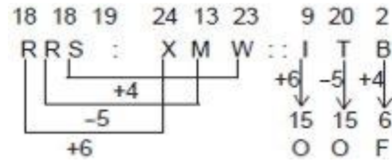
వివరణ:



4. RRS: XMW :: ITB: _________

జవాబు: OOF

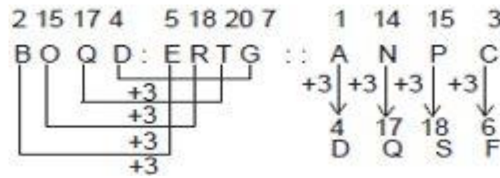
వివరణ:



5. BOQD: ERTG :: ANPC: _________

జవాబు: DQSF

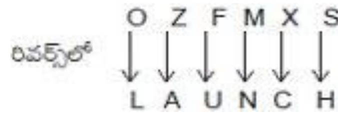
వివరణ: ఈ ప్రశ్నలో ప్రతి అక్షరానికి +3 చేరిస్తే తర్వాత పదం వస్తుంది.



6. BLOCKED: YOLXPVW :: OZFMXS : _______

జవాబు: LAUNCH

వివరణ: BLOCKED: YOLXPVW దీన్ని జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే ప్రతి అక్షరం రివర్స్‌లో ఉంటుంది. అదే విధంగా



7. NUMBER : UNBMRE :: GHOST: ______

జవాబు: HGSOT

వివరణ: NUMBER : UNBMRE ఈ పదంలోని రెండు అక్షరాలను ఒక జతగా తీసుకొని వాటిని తిప్పిరాయాలి. అదే విధంగా ఇచ్చిన పదంలో 5 అక్షరాలు ఉన్నాయి. అంటే, 2 జతలు ఉన్నాయి.

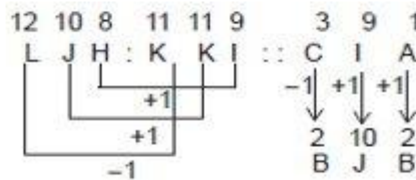
GH O S T

H G S O T అవుతుంది.

8. LJH : KKI :: CIA: ______

జవాబు: BJB

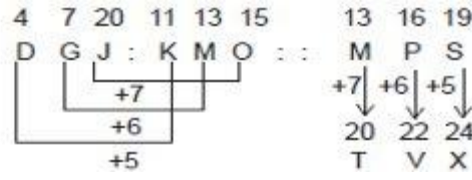
వివరణ:



9. DGJ : KMO :: MPS : ______

జవాబు: TVX

వివరణ:



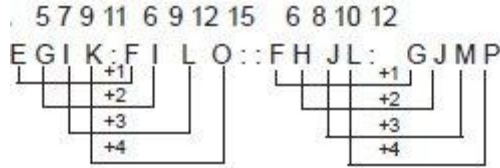
10. LOGIC : BHFNK :: CLERK : _____
జవాబు: JQDKB

వివరణ: ఈ పదంలోని అక్షరాలను జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే మొదటి పదంలోని చివరి అక్షరానికి, రెండో పదంలోని మొదటి అక్షరానికి సంబంధం ఉంది.



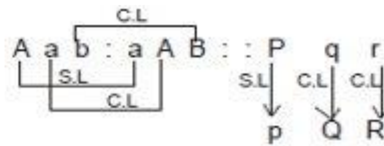
11. EGIK : FILO :: FHJL : ______
జవాబు: GJMP

వివరణ:



12. Aab : aAB :: Pqr : _____
జవాబు: pQR

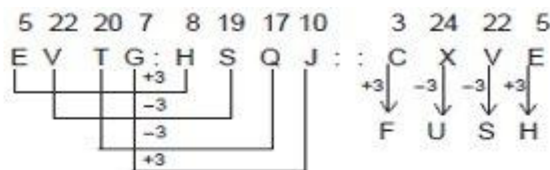
వివరణ:ఈ ప్రశ్నలో Capital letter ను Small letter గా, Small letter ఉన్న దాన్ని Capital letter గా ఇచ్చారు.



13. EVTG కి HSQJ కి మధ్య ఎలాంటి సంబంధం ఉందో అలాంటిది CXVE కి ఏది?

జవాబు: FUSH

వివరణ: ఈ ప్రశ్నలోని పదాన్ని జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే, మొదటి, నాలుగో అక్షరాలు +3 అయ్యాయి. రెండు, మూడు అక్షరాలు 3 అయ్యాయి.



14. MIZORAM : MAROZIM :: _____ : LACSAP
జవాబు: PASCAL

వివరణ: ఈ పదాన్ని తిప్పి రాస్తే, తరువాతి పదం వస్తుంది. కానీ, ఈ ప్రశ్నలో చివరి పదం ఇచ్చి, దానికంటే ముందున్న పదాన్ని కనుక్కోవాలి.



15. ABE: 8:: FBD: _____
జవాబు: ఏదీకాదు

వివరణ: ABE: 8 అంటే ఆల్ఫాబెట్స్‌పై ఉన్న సంఖ్యలను తీసుకొని మొత్తం కనుక్కున్నారు. అదేవిధంగా రెండో పదాన్ని కనుక్కోవాలి.

A + B + E = 1 + 2 + 5 = 8
F + B + D = 6 + 2 + 4 = 12

16. aabbbabba: yyzzzyzzy :: aabbabba: _____
జవాబు: zzyyzyyz

వివరణ: a ఉన్న స్థానంలో y, b ఉన్న స్థానంలో z ఇచ్చారనుకుంటే తప్పు అవుతుంది.

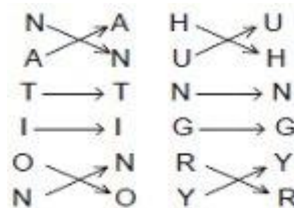
17. PO : NM :: IH : _____
31 27 17
జవాబు: GF

13
వివరణ:

16 15 14 13 9 8
PO : NM : IH :—
31 27 17
P = 16 N = 14 I = 9
$O = \frac{15}{31}$ $M = \frac{13}{27}$ $H = \frac{8}{17}$ తర్వాత
GF ఉంటుంది (−1 చేయాలి).
7 + 6 = 13

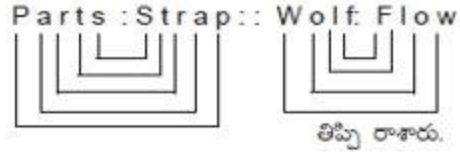
18. NATION: ANTINO : : HUNGRY: _____
జవాబు: UHNGYR

వివరణ:



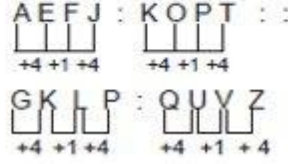
19. Parts : Strap : : Wolf :
జవాబు: Flow

వివరణ:



20. AEFJ : KOPT : : : QUVZ
జవాబు: GKLP

వివరణ:



21. AC : 10 : : DE :
జవాబు: 41

వివరణ: AC : 10 అంటే (1)2 + (3)2 = 1 + 9 = 10

ఈ విధంగా DE = (4)2 + (5)2 = 16 + 25 = 41

22. ABC : 876 : : XYZ :
జవాబు: 321

వివరణ: ABC కి రివర్స్‌లో ZYX అంటే

26 = 2 + 6 = 8
25 = 2 + 5 = 7
24 = 2 + 4 = 6
అదేవిధంగా XYZ రివర్స్‌లో CBA దాని విలువలు 321 అవుతాయి.

23. b : d : : e :
జవాబు: Y

వివరణ: b : d :: e : y

2 2^2 5 5^2

సింబల్స్, నొటేషన్లు (Symbols and Notations)

1.ఒక పరిభాషలో + అంటే × , × అంటే ÷ , ÷ అంటే -, - అంటే + అయితే 2 - 8 × 2 + 6 ÷ 7 = ? జ: 19

2. ఒక పరిభాషలో ▲ అంటే +, ■ అంటే -, ● అంటే ÷ , ∗ అంటే × అయితే 13 ▲ 5 ∗ 20 ● 10 ■ 9 = ? జ: 14

3. ఒక పరిభాషలో 1 = 1, 2 = 3, 3 = 5, 4 = 7 అయితే 5 = ? జ: 9

4. ఒక పరిభాషలో 2 × 6 = 3, 3 × 9 = 3, 4 × 20 = 5 అయితే 5 × 40 = ?

జ: 8

5. ఒక పరిభాషలో P అంటే ÷ , Q అంటే × , R అంటే +, S అంటే - అయితే 18 Q12 P 4 R 5 S 6 = ?

జ: 53

6. ఒక పరిబాషలో × అంటే +, ÷ అంటే -, + అంటే ×, - అంటే ÷ అయితే (20 × 6 ÷ 6 × 4) విలువ ఎంత?

జ: 24

7. ఒక పరిభాషలో P = 6, J = 4, L = 8, M = 24 అయితే M × J ÷ L + J = ?

జ: 16

8. ఒక పరిభాషలో 11 △ 13 = 168, 9 △ 12 = 130 అయితే 7 △ 15 = ?

జ: 128

9. ఒక పరిభాషలో ÷ అంటే +, - అంటే ÷ , × అంటే -, + అంటే × అయితే $\frac{(36\times4)-8\times4}{4+8\times2+16\div1}=?$

జ: 0

10. P ∗ Q = P + Q + PQ - 5 అయితే 5 ∗ 6 = ?

జ: 36

11. ఒక పరిభాషలో A = 16, C = 8, D = 3, B = 9 అయితే C + A × B ÷ D = ?

జ: 56

12. ఒక పరిభాషలో ∗ అంటే +, ■ అంటే × , ▲ అంటే - , ● అంటే ÷ అయితే 4 ■ 36 ● 6 ▲ 17 ∗ 8 = ?

జ: 15

13. ఒక పరిభాషలో x అంటే +, y అంటే - , z అంటే ÷ , w అంటే × అయితే 10 w 2 x 5 y 5 = ?

జ: 20

14. ఒక పరిభాషలో A అంటే +, B అంటే -, C అంటే × అయితే (10C4)A(4C4)B6 విలువ ఎంత?

జ: 50

15. - , ÷ గుర్తులను, 4, 8 సంఖ్యలను తిప్పి (inter changes) రాస్తే-

జ: 4 ÷ 8 - 2 = 6

16. ఒక పరిభాషలో 11 × 12 × 13 = 234, 24 × 23 × 35 = 658 అయితే 31 × 43 × 54 = ?

జ: 479

17. ఒక పరిభాషలో 16 (210) 14, 14 (156) 12, 12 (?) 10 అయితే '?' విలువ ఎంత?

జ: 110

నంబర్ ఎనాలజీ (Number Analogy)

1. 38 : 66 :: 52 : ....
జ: 80

వివరణ: దీంట్లో ముందు సంఖ్యకు ఒక స్థిరసంఖ్య (28)ను కలిపితే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

38 + 28 = 66
52 + 28 = 80.
2. 3 : 11 :: 7 : ....
జ: 51

వివరణ: దీంట్లో ముందు సంఖ్యను వర్గం చేసి 2 కలిపితే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

$3 \rightarrow 3^2 \rightarrow 9 + 2 = 11$

$7 \rightarrow 7^2 \rightarrow 49 + 2 = 51$

3. 27 : 51 :: 83 : ....
జ: 123

వివరణ: దీంట్లో ప్రతి దాంట్లో ఒక సంఖ్యను వర్గం చేసి +2 చేశారు.

$5^2 + 2 \ : \ 7^2 + 2 \ :: \ 9^2 + 2$

5, 7 లు వరుస బేసి సంఖ్యలు 9 తర్వాత వచ్చే బేసి సంఖ్య 11 కాబట్టి $11^2 + 2 = 121 + 2 = 123$.

4. 11 : 25 :: 17 : ......
జ: 37

వివరణ: దీంట్లో ముందు సంఖ్యను 2తో గుణించి 3 కలిపితే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

$(11 \times 2) + 3 \Rightarrow 22 + 3 = 25$
$(17 \times 2) + 3 \Rightarrow 34 + 3 = 37$
5. 48 : 120 :: 35 : ....
జ: 99

వివరణ: దీంట్లో ప్రతి దాంట్లో ఒక సంఖ్యను వర్గం చేసి 1 తీసేశారు.

$7^2 - 1 \ : \ 11^2 - 1 \ :: \ 6^2 - 1 \ :$ ....
7, 11ల మధ్య తేడా 4.

$\therefore$ 6 తర్వాతి సంఖ్య 10 (6 + 4) అవుతుంది. దీన్ని వర్గం చేసి 1 తీసేస్తే ...

కావాల్సింది $10^2 - 1 = 99$

6. 6 : 18 :: 4 : ....
జ: 8

వివరణ: దీంట్లో ముందు సంఖ్యను వర్గం చేసి, వచ్చినదాన్ని సగం చేస్తే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

$6 \rightarrow 6^2 \rightarrow \frac{36}{2} = 18$

$4 \rightarrow 4^2 \rightarrow \frac{16}{2} = 8$

7. 64 : 512 :: 100 : ....

జ: 1000

వివరణ: దీంట్లో ముందు ఉన్న రెండు సంఖ్యలు కూడా ఒకే సంఖ్య వర్గం, ఘనం. అదే విధంగా...

$8^2 : 8^3 :: 10^2 : ? \rightarrow (10)^3 = 1000$

8. 8 : 81 :: 64 : ....

జ: 625

వివరణ: 23 : 3^4 :: 4^3 : ....

2, 3లు వరుస సంఖ్యలు. అదే విధంగా తర్వాతి వరుస సంఖ్యలు 4, 5.

కావాల్సిన సంఖ్య = $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ అవుతుంది.

9. 28 : 15 :: .... : 63

జ: 76

వివరణ: ఈ సిరీస్‌లో ముందు సంఖ్య నుంచి 13 తీసివేస్తే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

28 - 13 = 15

76 - 13 = 63

10. 63 : 9 :: .... : 14

జ: 68

వివరణ: 63 $\rightarrow$ 6 + 3 = 9

అదే విధంగా ఇచ్చిన ఛాయిస్‌ల నుంచి అంకెల మొత్తం 14 అయ్యే విధంగా ఉన్న సంఖ్యను కనుక్కోవాలి.

68 $\rightarrow$ 6 + 8 = 14 అవుతుంది.

11. 1 : 4 :: .... : 256

జ: 27

వివరణ: 1 : 4 :: .... : 256

$1 : 2 \times 2 :: 3 \times 3 \times 3 : 4 \times 4 \times 4 \times 4$

$\therefore$ కావాల్సిన సంఖ్య 27.

12. 11529 : 72135 :: 152943 : ....

జ: 213549

వివరణ: 11529 $\rightarrow$ 1 + 1 + 5 + 2 + 9 = 18

72135 $\rightarrow$ 7 + 2 + 1 + 3 + 5 = 18

152943 $\rightarrow$ 1 + 5 + 2 + 9 + 4 + 3 = 24

213549 $\rightarrow$ 2 + 1 + 3 + 5 + 4 + 9 = 24

ఇచ్చిన ఛాయిస్‌ల నుంచి అంకెల మొత్తం 24 అయ్యేవిధంగా ఉన్న సంఖ్య (213549) జవాబు అవుతుంది.

13. 42 : 56 :: 72 : ....

జ: 90

వివరణ: ఈ సిరీస్‌లో ప్రతి దాంట్లో ఒక సంఖ్యను వర్గం చేసి అదే సంఖ్యను కలిపితే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

42 : 56 : : 72 : ....

62 + 6 = 42

$7^2 + 7 = 56$

$8^2 + 8 = 72$

ఇదేవిధంగా $9^2 + 9 = 90$. (లేదా) $6 \times 7 : 7 \times 8 :: 8 \times 9 : 9 \times 10 = 90$

14. 3245 : 4356 :: 4673 : ....

జ: 5784

వివరణ: దీంట్లో ముందు ఉన్న సంఖ్యలోని ప్రతి అంకెకు 1 కలిపితే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

3 2 4 5 : 4 3 5 6

→ 4 6 7 3 : 5 7 8 4

15. 5 : 124 :: 7 : ....

జ: 342

వివరణ: ఈ సిరీస్‌లో ముందు సంఖ్యను ఘనం చేసి 1 తీసేస్తే, తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

5 → $5^3 - 1 = 124$

7 → $7^3 - 1 = 342$

16. 48 : 122 :: 168 : ....

జ: 290

వివరణ: 48 : 122 :: 168 : 290

↑

(7^2-1) $(7 + 4)^2+1$ (13^2-1) $(13 + 4)^2+1$

17. 5 : 35 : : .... : ....

జ: 7 : 77

వివరణ: దీంట్లో ముందు సంఖ్య ఒక ప్రధాన సంఖ్య, దాన్ని తర్వాతి ప్రధాన సంఖ్యతో గుణిస్తే రెండో సంఖ్య వస్తుంది.

5 : 35 : : 7 : 77

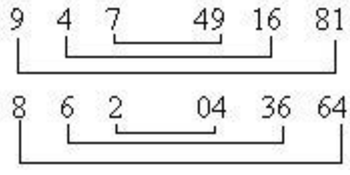
5×7 → 35

7×11 → 77

18. 947 : 491681 : : 862 : ....

జ: 043664

వివరణ: ఈ సిరీస్‌లో ముందు సంఖ్యలోని ప్రతి అంకెను వర్గం చేసి తిప్పి రాస్తే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.



19. 11 : 101 : : 91 : ....

జ: 901

వివరణ: దీంట్లో ముందు సంఖ్యకు మధ్య '0' చేర్చితే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

1 1 → 1 0 1

9 1 → 9 0 1

20. 0.16 : 0.0016 : : 1.02 : ....

జ: 0.0102

వివరణ: దీంట్లో ముందు సంఖ్యను 100 తో భాగిస్తే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

$0.16 \div 100 \Rightarrow 0.0016$

$1.02 \div 100 \Rightarrow 0.0102$

21. 14 : 9 :: 26 : ....

జ: 12

వివరణ: దీంట్లో రెండో సంఖ్యను 2తో గుణించి 4 తీసివేస్తే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

14 : 9 : : 26 : x

$9 \times 2 - 4 = 14$ ఇదే విధంగా

$x \times 2 - 4 = 26 \Rightarrow 2x = 30$

$\therefore x = 15.$

22. 49 : 94 :: 25 : ....

జ: 52

వివరణ: ముందు సంఖ్యను తిప్పి రాస్తే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

49 : 94 : : 25 : 52

23. 4 : 12 : : 10 : ....

జ: 90

వివరణ: దీంట్లో ముందు సంఖ్యను వర్గం చేసి అదే సంఖ్యను తీసివేస్తే తర్వాతి సంఖ్య వస్తుంది.

$4 \rightarrow 4^2 \rightarrow 16 - 4 = 12$

$10 \rightarrow 10^2 \rightarrow 100 - 10 = 90.$

24. 5 : 7 :: 13 : ....
జ: 17

వివరణ: ఇందులో రెండో సంఖ్య మొదటి సంఖ్య తర్వాత వచ్చే ప్రధాన సంఖ్య

5 : 7 :: 13 : 17

25. 8 : 4 :: 1 : ....
జ: 1

వివరణ: 8 : 4 :: 1 : 1

$2^3 : 2^2 \quad 1^3 : 1^2$

26. (5, 12, 26) : ....

జ: (11, 24, 50)

వివరణ: 5 → 5 × 2 → 10 + 2 = 12 × 2 → 24 + 2 = 26.

కావాల్సింది…

11 → 11 × 2 → 22 + 2 = 24 × 2 → 48 + 2 = 50 = (11, 24, 50).

27. (2, 8, 512) : ....

జ: (1, 1, 1)

వివరణ: 2 → $2^3 = 8$ → $8^3 = 512$ → (2, 8, 512)

కావాల్సింది (1) → $1^3 = (1)$ → $1^3 = (1)$ → (1, 1, 1)

28. (8, 3, 2) : ....

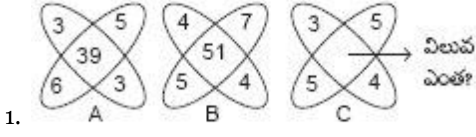
జ: (63, 8, 3)

వివరణ: దీంట్లో వెనుక నుంచి

2 → 2^2 → 4 - 1 = 3 → 3^2 → 9 - 1 = 8 → (8, 3, 2)

కావాల్సింది (3) → 3^2 → 9 - 1 = (8) → 8^2 → 64 - 1 = (63) → (63, 8, 3).

మిస్సింగ్ నెంబర్స్ (Missing Numbers)

1. 

జవాబు: 37

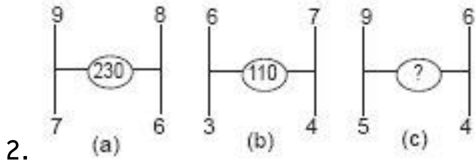
ఈ ప్రశ్నలో మొదటి, రెండో బొమ్మలో ఏ విధమైన సంబంధం ఉందో గ్రహించి, మూడో బొమ్మలో కూడా అదే సంబంధంతో కావాల్సిన సంఖ్యను కనుక్కోవాలి. మొదటి బొమ్మలో 39 రావాలంటే కర్ణం (diagonally) లోని సంఖ్యలను గుణించి వాటిని తర్వాత కలపాలి.

బొమ్మ1: 6 × 5 + 3 × 3 = 30 +9 = 39

బొమ్మ2: 5 × 7 + 4 × 4 = 35 +16 = 51

బొమ్మ3: 5 × 5 + 3 × 4 = 25 +12 = 37

మనకు కావాల్సిన సమాధానం 37

2. 

? విలువ ఎంత?

జవాబు: 158

ఈ ప్రశ్నలో (a), (b) బొమ్మల్లో సంబంధం కనుక్కొని (c) బొమ్మలో ఉన్న ? విలువను కనుక్కోవచ్చు.

(a) బొమ్మలో 230 ఎలా వచ్చిందంటే

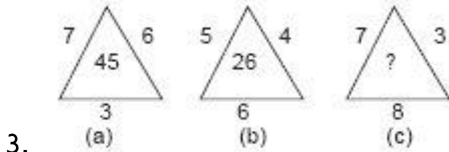
92+82+72+62 = 81+64+49+36 = 230

(b) బొమ్మలో 110 ఎలా వచ్చిందంటే

62+72+32+42 = 36+49+9+16 =110

(c) బొమ్మలో ? విలువ కావాలంటే

92+62+52+42 = 81+36+25+16 =158.

3. 

జవాబు: 29

ఈ ప్రశ్నలో ? విలువను కనుక్కోవాల్సి ఉంది.

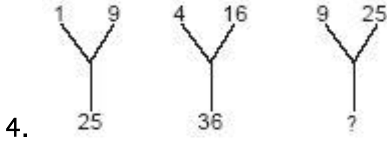
(a) బొమ్మలో త్రిభుజం పక్క భుజాలను గుణించి కింది భుజం విలువను కలిపితే మధ్యలోని45 వచ్చింది. ఇలా అన్నింటిలో చేయాలి.

7 × 6 + 3 = 42 + 3 = 45

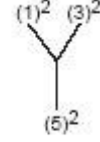
(b) బొమ్మలో 5 × 4 + 6 = 20 + 6 = 26

(c) బొమ్మలో 7 × 3 + 8 = 21 + 8 = 29.

సమాధానం 29 అవుతుంది.

4. 

జవాబు: 49



ఈ ప్రశ్నలో 1వ బొమ్మ పైభాగంలో 1, 9 లు ఉన్నాయి. కింది భాగంలో 25 ఉంది. ఈ మూడింటికి సంబంధం. 12, 32, 52 అంటే ప్రతి సంఖ్యకు రెండు కలుపుతూ వర్గం చేశారు.

లా 2వ బొమ్మలో 22, 42, 62 తర్వాత మనకు కావాల్సిన 3వ బొమ్మ 32, 52, 72 అంటే 72 = 49 అవుతుంది.

5.

6	18	15
3	2	5
4	3	?
8	27	9

(S.I- 2006)

జవాబు: 3 అవుతుంది.

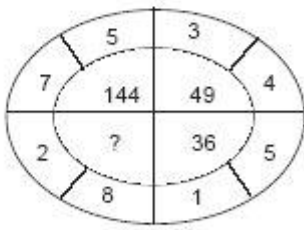
మొదటి నిలువు వరుసలో సంఖ్యలను గమనిస్తే- $\frac{6 \times 4}{3} = \frac{24}{3} = 8.$

2వ నిలువు వరుసలో $\frac{18 \times 3}{2} = \frac{54}{2} = 27$

3వ నిలువు వరుసలో ? ను x అనుకుంటే అప్పుడు

$\frac{15 \times x}{5} = 9 \Rightarrow 15x = 45$

$x = \frac{45}{15} = 3$



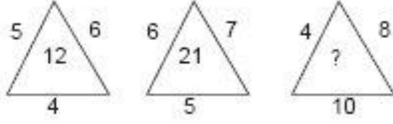
6.

జవాబు: 100

ఈ ప్రశ్నలో ఒక చిన్న వృత్తంలో కొన్ని సంఖ్యలిచ్చి మరొక పెద్ద వృత్తంలో అమర్చారు. పెద్ద వృత్తంలో ఉన్న 7, 5 చిన్న వృత్తంలో 144 అయ్యింది.

(7+5)2 = 144, తర్వాత (3+4)2 = 49, (5+1)2 = 36 , (8+2)2 = 100 అవుతుంది.

7.



జవాబు: 32

ఈ ప్రశ్నలో 3 త్రిభుజాలు ఉన్నాయి. 3వ త్రిభుజంలో ? విలువను కనుక్కోవాలి.

మొదటి త్రిభుజంలో మధ్యలో ఉన్న విలువ రావడానికి

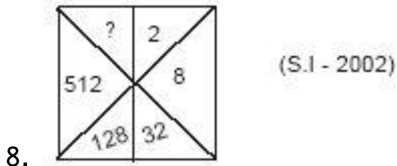
ఉన్న సంబంధం $\frac{5 \times 6 \times 4}{10} = \frac{120}{10} = 12$

ఇలా 2వ త్రిభుజం $\frac{6 \times 7 \times 5}{10} = \frac{210}{10} = 21$

అంటే త్రిభుజం భుజాలను గుణించి వచ్చిన ఫలితాలను

10తో భాగించాలి. $\frac{4 \times 8 \times 10}{10} = \frac{320}{10} = 32.$

8.



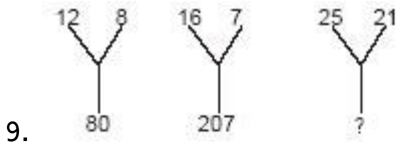
జవాబు: 2048

ఈ ప్రశ్నలో 2, 8 అవడానికి 2 ను 4తో గుణించారు. 8, 32 అవడానికి 4 తో గుణించారు. అంటే ప్రతి సంఖ్యను 4తో

2 × 4 = 8, 8 × 4 =32, 32 × 4 = 128

128 × 4 = 512,   512 × 4 = 2048 అవుతుంది.

9.



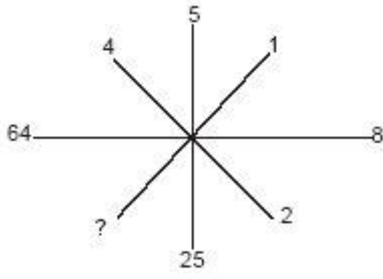
జవాబు: 184

ఈ ప్రశ్నలో మొదటి బొమ్మలో 12, 8, 80 లకు ఉన్న సంబంధం

(12)2 - (8)2 = 144 - 64 = 80

రెండోబొమ్మలో(16)2 - (7)2 = 256 - 49 = 207

(25)2 - (21)2 = 625 - 441 = 184 అవుతుంది.

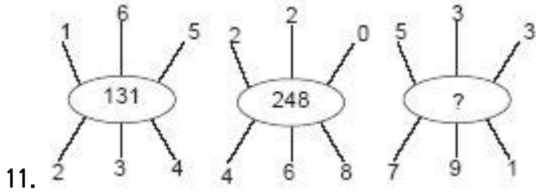


10.

జవాబు: 1

ఈ ప్రశ్నలో ఒక్కొక్క సంఖ్యను జాగ్రత్తగా చూస్తే 5 కు ఎదురుగా 25 ఉంది. అంటే 5ను వర్గం చేశారు.

5-25, 8-64, 2-4 ప్రతి సంఖ్యను వర్గం చేసి ఎదురుగా రాశారు. ఇలా 1ని వర్గం చేస్తే 1 వస్తుంది. కాబట్టి దాన్ని ఎదురుగా రాయాలి. అంటే మనకు కావాల్సిన సమాధానం 1 అవుతుంది.



11.

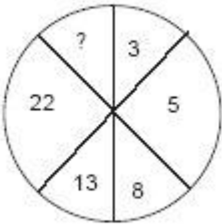
జవాబు: 262

ఈ ప్రశ్నలో 3 వృత్తాలు ఉన్నాయి. వాటికి పైన, కింద సంఖ్యలు ఇచ్చి మధ్యలో కూడా సంఖ్యను ఇచ్చారు. వాటిని జాగ్రత్తగా చూస్తే వృత్తం పైన, కింద ఉన్న సంఖ్యలో పెద్ద సంఖ్యలో నుంచి చిన్న సంఖ్య తీసివేసి వాటి విలువలను వరుసగా మధ్యలో రాయాలి.

మొదటి వృత్తంలో 2 - 1 = 1, 6-3 = 3, 5-4 = 1, 131

రెండో వృత్తంలో 4-2 = 2, 6-2 = 4, 8-0 = 8, 248

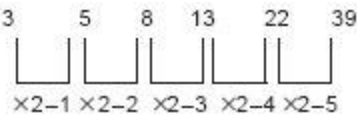
మూడో వృత్తంలో 7-5 = 2, 9-3 = 6, 3-1 = 2, 262 అవుతుంది.



12.

జవాబు: 39

ఈ ప్రశ్నలో ఉన్న సంఖ్యలను చూస్తే అవి వరుసగా పెరుగుతున్నాయి. వాటి మధ్యలోఉన్న సంబంధం కనుక్కుని? విలువను తెలుసుకోవాలి.



పై విధం అర్థం కాకపోతే దీన్ని సంఖ్య శ్రేణి రూపంలో రాసుకోవాలి.

3 × 2 = 6 - 1 = 5   5 × 2 =10 - 2 = 8

8 × 2 = 16 - 3 =13   13 × 2 = 26 - 4 = 22

22 × 2 = 44 - 5 = 39 అవుతుంది.

13.

7	4	5
8	7	6
3	3	?
29	19	31

జవాబు: 5

ఈ ప్రశ్నలో అడ్డు వరుసలతో ఏ విధమైన సంబంధం లేదు. కాబట్టి నిలువు వరుసతో సంబంధం కనుక్కుని? విలువను లెక్కించాలి.

మొదటి నిలువు వరుసలో ఉన్న మొదటి, మూడో మూలకాలను గుణించి రెండో మూలకం కలిపితే 29 వస్తుంది. అలాగే రెండో అడ్డు వరుసలో మొదటి, మూడో మూలకాలను గుణించి, రెండో మూలకం కలిపితే 19 వస్తుంది. ఇలా చేస్తే ? విలువ కనుక్కోవచ్చు.

$7 \times 3 = 21 + 8 = 29$

$4 \times 3 = 12 + 7 = 19$

$5 \times x = 5x + 6 = 31$ $\quad$ $5x = 31 - 6$

$5x = 25$

$x = \frac{25}{5}$ $x = 5$ అవుతుంది.

14.

3	8	10	2	?	1
6	56	90	2	20	0

జవాబు: 5

ఈ ప్రశ్నలో జవాబును కనుక్కోవాలంటే పై అడ్డు వరుసను, కింది అడ్డువరుసను జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే పై అడ్డువరుసలో ఉన్న సంఖ్యలను వర్గం చేసి అదే సంఖ్య తీసివేస్తే కింది అడ్డువరుసలో ఉన్న సంఖ్య వస్తుంది.

3 → 32 - 3 = 9 - 3 = 6

8 → 82 - 8 = 64 - 8 = 56

10 → 102 - 10 = 100 - 10 = 90

2 → 22 -2 = 4 - 2 = 2

x → x2 - x = 20 అంటే కింద ఇచ్చిన సమాధానాల్లో

52 - 5 = 25 - 5 = 20 అవుతుంది. 1 → 12 - 1 = 0.

ఊహనలు – తీర్మానాలు (Assumptions - Conclusions)

తీర్మానం (Conclusion) : ఇచ్చిన వాక్యం లేదా భాగం ఆధారంగా ఒక విషయాన్ని ఊహించి, నిర్ణయించడాన్ని తీర్మానం అంటారు. ఈ విభాగంలో ఇచ్చే ప్రశ్నలు ఒక ఊహనం లేదా ఊహనల సమూహంపైఆధారపడి ఉంటాయి. ఇచ్చిన తీర్మానానికి ఏ ఊహనలు సరిపోతాయో అభ్యర్థి నిర్ణయించాలి.

¤ ఇంగ్లిష్‌లో ఉండే (Conclusion) కు తెలుగులో తీర్మానం, ముగింపు తదితర అర్థాలున్నాయి.

ఊహనం(Assumption): ఊహనం అంటే ఊహించింది లేదా ఒక భావన (ఇలా ఉంటుంది) అని అర్థం

¤ ఇంగ్లిష్‌లో ఉండే (Assumption)కు తెలుగులో 'ఊహనం, తలంచు, అనుకొను' తదితర అర్థాలు ఉంటాయి.

కింది ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు ఊహనలు I, II ఉంటాయి. వాటిద్వారా ఒక తీర్మానం చేయవచ్చు. ఊహనలు అసంబద్ధం కావచ్చు. కానీ తీర్మానం ఊహనలతో అధిక సంబంధం కలిగి ఉంటుంది. మీరు మొదట ఊహనలను తీసుకుని ఇచ్చిన తీర్మానాన్ని నిర్ణయించి, జవాబును గుర్తించాల్సి ఉంటుంది.

1. ఊహనలు: I. 30 ఏళ్లకు పైబడిన ఏ వ్యక్తి సమావేశంలో పాల్గొనకూడదు.

II. గోపాల్ సమావేశంలో పాల్గొన్నాడు.

తీర్మానం: గోపాల్ వయసు 30 సంవత్సరాలకంటే తక్కువ.

ఎ) సత్యం బి) అసత్యం సి) అసంగతం డి) సందిగ్ధం

జవాబు: ఎ

సాధన: ఊహనం I ప్రకారం ఏ వ్యక్తి సమావేశంలో పాల్గొనవచ్చో ఆ వ్యక్తికి 30 సంవత్సరాల కంటే తక్కువగా ఉండాలి. ఊహనం II ప్రకారం గోపాల్ సమావేశంలో పాల్గొన్నాడు. అంటే, అతడికి 30 ఏళ్లకంటే తక్కువగా ఉన్నట్లు అర్థం. కాబట్టి ఇచ్చిన రెండు ఊహనల నుంచి గోపాల్ వయసు 30 ఏళ్ల కంటే తక్కువ అని కచ్చితంగా చెప్పవచ్చు. కాబట్టి, ఇచ్చిన తీర్మానం 'సత్యం' అవుతుంది.

2. ఊహనలు: I. నాకు ఒక పోలీసు అధికారి తెలుసు.

II. అతడు ఎక్కువగా తాగుతాడు.

తీర్మానం: అందరు పోలీసు అధికారులూ ఎక్కువగా తాగుతారు.

ఎ) సత్యం బి) అసత్యం సి) అసంగతం డి) సందిగ్ధం

జవాబు: డి

సాధన: చాలా మంది పోలీసు అధికారుల్లో ఒకరు మాత్రమే నాకు తెలుసు. అతడు ఎక్కువగాతాగుతాడు. అతడికి ఉండే లక్షణాలు మిగిలిన పోలీసు అధికారులకూ ఉంటాయని అనుకోలేం. కాబట్టి ఇచ్చిన తీర్మానం 'సందిగ్ధమైంది' అవుతుంది.

3. ఊహనలు: I. సాధారణంగా ఫుట్‌బాల్ ఆటగాళ్లు పెళ్లి చేసుకోరు.

II. రోనాల్డో బ్రెజిల్ దేశం ఫుట్‌బాల్ ఆటగాడు.

తీర్మానం: రోనాల్డో పెళ్లి చేసుకోకుండా ఉండాలి.

ఎ) సత్యం బి) అసత్యం సి) అసంగతం డి) సందిగ్ధం

జవాబు: డి

సాధన: ఊహనం I. సాధారణంగా ఫుట్‌బాల్ ఆటగాళ్లు పెళ్లి చేసుకోరు. అయితే కచ్చితంగా పెళ్లిచేసుకోకూడదనే నియమం లేదు. అంటే కొన్ని సందర్భాల్లో పెళ్లి చేసుకోవచ్చు అని అర్థం. ఊహనం II. ప్రకారం రోనాల్డో బ్రెజిల్ దేశం ఫుట్‌బాల్ ఆటగాడు. అతడు

పెళ్లి చేసుకుంటాడో, చేసుకోడో కచ్చితంగా చెప్పలేదు. కాబట్టి ఇచ్చినతీర్మానాన్ని నమ్మలేం. కాబట్టి, ఇచ్చిన తీర్మానం 'సందిగ్ధమైంది' అవుతుంది.

4. ఊహనలు: I. పక్షులు గాలిలో ఎగురుతాయి.

II. చేపలు సముద్రంలో ఈదుతాయి.

తీర్మానం: సింహాలు నేలపై నడుస్తాయి.

ఎ) సత్యం బి) అసత్యం సి) అసంగతం డి) సందిగ్ధం

జవాబు: ఎ

సాధన: ఊహనం I. పక్షులు గాలిలో ఎగురుతాయి. అంటే పక్షులు కచ్చితంగా గాలిలోనే ఎగురుతాయి.

ఊహనం II. చేపలు సముద్రంలో ఈదుతాయి. అంటే చేపలు సముద్రంలో కచ్చితంగా ఈదుతాయి.ఇచ్చిన తీర్మానంలో సింహాలు నేలపై నడుస్తాయి. అంటే అవి తప్పక నేలపైనడుస్తాయి. దీని ద్వారా ఇచ్చిన తీర్మానాన్ని కచ్చితంగా నిర్ధరించవచ్చు.కాబట్టి, తీర్మానం 'సత్యం' అవుతుంది.

5. ఊహనలు: I. M, N ల వెనుక P ఉంది.

II. P వెనుక Q ఉంది.

తీర్మానం: M వెనుక Q ఉంది.

ఎ) సత్యం బి) అసత్యం సి) అసంగతం డి) సందిగ్ధం

జవాబు: సి

సాధన: ఊహనంI. M, N ల వెనుక P ఉంది. కానీ, ఎటు వైపు నుంచి వెనుక ఉందో కచ్చితంగాచెప్పలేదు. ఊహనం II ద్వారా P వెనుక Q ఉంది. అంటే M, N వెనుక ఉంది. ఇచ్చిన తీర్మానంలో దిశను ఇవ్వలేదు. కాబట్టి, బహుశా ఉండవచ్చు లేదా ఉండకపోవచ్చు. కాబట్టి, ఇచ్చిన తీర్మానం 'అసంగతమైంది' అవుతుంది. దీన్ని పటం రూపంలో చూస్తే మనం దిశ ఇవ్వలేదు కాబట్టి పడమర, తూర్పు దిశల నుంచి చూస్తే..

ఊహనం I నుంచి పడమరవైపు నుంచి P, N, M, N, P తూర్పువైపు నుంచి

ఊహనం II నుంచి పడమర వైపు నుంచి Q, P, Q తూర్పు వైపు నుంచి

M వెనుక Q బహుశ ఉండవచ్చు లేదా ఉండకపోవచ్చు.

6. ఊహనలు: I. హెచ్.పి. ఒక వాయువు.

II. ఈ సిలిండర్‌లో వాయువు ఉంది.

తీర్మానం: ఈ సిలిండర్‌లో హెచ్.పి. ఉంది.

ఎ) సత్యం బి) అసత్యం సి) అసంగతం డి) సందిగ్ధం

జవాబు: డి

సాధన: ఊహనం I లో హెచ్.పి. అనేది ఒక వాయువు అని కచ్చితంగా ఇచ్చారు.

ఊహనం II లో ఈ సిలిండరులో వాయువు ఉందని పేర్కొన్నారు. అంటే దానిలో కచ్చితంగాహెచ్.పి. వాయువు ఉందని మనం నమ్మలేం. కాబట్టి, ఇచ్చిన తీర్మానం 'సందిగ్ధమైంది' అవుతుంది.

7. ఊహనలు: I. విమానాలకు రెక్కలుండవు.

II. జంతువులకు రెక్కలుండవు.

తీర్మానం: అందువల్ల విమానాలు జంతువులు.

ఎ) సత్యం   బి) అసత్యం   సి) అసంగతం   డి) సందిగ్ధం

జవాబు: బి

సాధన: ఊహనలు I, II మధ్య సంబంధాన్ని నిర్ధరించలేం. ఎందుకంటే ఊహనం I లో ఉన్న వర్గానికి ఊహనం II లో ఉన్న వర్గానికి మధ్య సంబంధాన్ని కనుక్కోవడం సాధ్యంకాదు. కాబట్టితీర్మానంలో పేర్కొన్నట్లు విమానాలు జంతువులు కావు. ఇది కచ్చితంగా అసత్యం.

8. ఊహనలు: I. స్వాతంత్ర్య సమర యోధులకు తామ్ర పత్రాలు ఇస్తారు.

II. కృష్ణ ఒక స్వాతంత్ర్య సమరయోధుడు.

తీర్మానం: కృష్ణకు తామ్రపత్రం ఇచ్చారు.

ఎ) సత్యం   బి) అసత్యం   సి) అసంగతం   డి) సందిగ్ధం

జవాబు: ఎ

సాధన: ఊహనం I. స్వాతంత్రోద్యమంలో పాల్గొన్నవారికి తామ్రపత్రాలు ఇస్తారు.

II. కృష్ణ ఒక స్వాతంత్ర్య సమరయోధుడు అంటే అతడికి కచ్చితంగా తామ్రపత్రం ఇస్తారు. ఇచ్చిన తీర్మానం'సత్యం' అవుతుంది.

9. ఊహనలు: I. ఆడపిల్లలందరూ మోడలింగ్‌పై ఆసక్తి చూపిస్తారు.

II. Y కి మోడలింగ్‌పై ఆసక్తి లేదు.

తీర్మానం: Y ఆడపిల్లకాదు.

ఎ) సత్యం   బి) అసత్యం   సి) అసంగతం   డి) సందిగ్ధం

జవాబు: ఎ

సాధన: ఊహనం I. మోడలింగ్‌పై ఆసక్తి ఉన్న ప్రతి ఒక్కరూ కచ్చితంగా ఆడపిల్ల కావాలి.ఊహనం II ప్రకారం Y కి మోడలింగ్‌పై ఆసక్తిలేదు. అంటే Y ఆడపిల్లకాదు అని కచ్చితంగా చెప్పవచ్చు. ఇచ్చిన తీర్మానంలో Y ఆడపిల్లకాదు. అది కచ్చితంగా 'సత్యం' అవుతుంది.

10. ఊహనలు: I. చాలామంది హిందువులు, సిక్కులు పాకిస్థాన్ యాత్రకు వెళతారు.

II. పాకిస్థాన్ నుంచి చాలామంది మహమ్మదీయులు భారతదేశ పుణ్యక్షేత్రాలకు వస్తారు.

తీర్మానం: భారత, పాకిస్థాన్ల మధ్య పరస్పర అంగీకారం ఉంది.

ఎ) సత్యం   బి) అసత్యం   సి) అసంగతం   డి) సందిగ్ధం

జవాబు: ఎ

సాధన: ఊహనం I ప్రకారం హిందువులు, సిక్కులు పాకిస్థాన్‌కు యాత్రకు వెళతారు.

ఊహనం II ప్రకారం పాకిస్థాన్ నుంచి చాలామంది మహమ్మదీయులు భారతదేశపుణ్యక్షేత్రాలకు వస్తారు. ఇచ్చిన తీర్మానంలో భారత్, పాకిస్థాన్ల మధ్య పరస్పర అంగీకారం ఉంది. కాబట్టి ఇది కచ్చితంగా సత్యం అవుతుంది.

11. ఊహనలు: I. ఆడనెమళ్ల పాదాలు అందవికారంగా ఉంటాయి.

II. ఆడనెమళ్లు అద్భుతంగా నాట్యం చేస్తాయి.

తీర్మానం: కొంగ పాదాలు తప్పనిసరిగా అంద వికారంగా ఉండాలి.

ఎ) సత్యం   బి) అసత్యం   సి) అసంగతం   డి) సందిగ్ధం

జవాబు: డి

సాధన: ఆడనెమళ్ల పాదాలు అందవికారంగా ఉన్నా, అద్భుతంగా నాట్యం చేయవచ్చు. తీర్మానం కొంగపాదాలు తప్పకుండా

అందవికారంగా ఉండాలి అంటే మనం నమ్మలేం. ఎందుకంటే ఆడనెమలి కాళ్లకు, కొంగ కాళ్లకు మధ్య సంబంధాన్ని కచ్చితంగా ఇవ్వలేదు. కాబట్టి, ఇచ్చిన తీర్మానం 'సందిగ్ధమైంది' అవుతుంది.

ఊహనలు – తీర్మానాలు

1. ఊహనలు: I. కొందరు పిల్లలు ముసలివారు.

II. అందరు ముసలివాళ్లు యువకులు.

తీర్మానం: కొందరు యువకులు పిల్లలు

జ: సత్యం

2.ఊహనలు: I. మగపిల్లలు గాలిపటం ఎగరవేయడాన్ని ఎక్కువగా ఇష్టపడతారు.

II. ఆడపిల్లలు బొమ్మలతో ఆడుకునేందుకు ఎక్కువగా ఇష్టపడతారు.

తీర్మానం: ఆడపిల్లలు మగపిల్లలకంటే ఎక్కువ తెలివైనవారు.

జ: అసంగతం

3. ఊహనలు: I. ఎరుపు రంగులో ఉండే అన్ని రకాల మద్యాలూ ఎర్రసీసాలో ఉంటాయి.

II. ఎర్రని రంగు మద్యం ఆరోగ్యానికి మంచిది.

తీర్మానం: ఎర్రసీసాలోని మద్యం తాగితే ఆరోగ్యానికి మంచిది.

జ: సందిగ్ధం

4. ఊహనలు: I. ప్రతి ఒక ప్యూను ఒక మేనేజరు.

II. ప్రతి ఒక మేనేజరు ఒక గుమస్తా.

తీర్మానం: ప్రతి ఒక ప్యూను ఒక గుమస్తా

జ: సత్యం

5. ఊహనలు: I. దయ్యాలతో ఉన్న ఇళ్లను ఏ ఒక్క యూరోపియన్ కూడా కొనడు.

II. పురాతన కోటల వద్ద ఉన్న ఇళ్లను కొనడానికి యూరోపియన్లు ఇష్టపడరు.

తీర్మానం: పురాతన కోటల వద్ద ఉన్న ఇళ్లన్నింటిలో దయ్యాలు ఉంటాయి.

జ: సందిగ్ధం

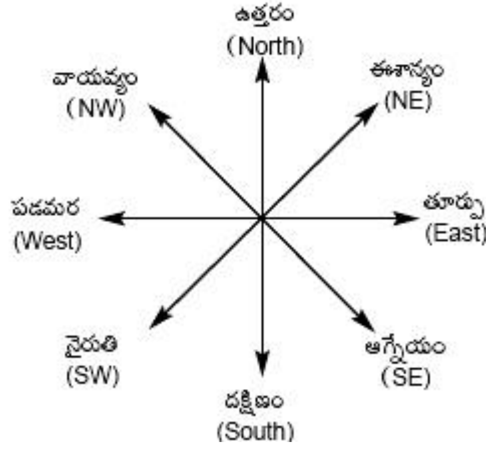
దిక్కులు (Directions)

'మానసిక సామర్థ్యం' పరీక్షలో భాగంగా 'దిశా నిర్దేశన పరీక్ష' (డైరెక్షన్ టెస్ట్) విభాగం నుంచి తప్పనిసరిగా ప్రశ్నలు వస్తుంటాయి. ముఖ్యంగా రెండు రకాలైన ప్రశ్నలకు సమాధానాలను కనుక్కోవాల్సి ఉంటుంది. అవి-

i) రెండు ప్రదేశాల మధ్య దూరం కనుక్కోవడం.

ii) దిశను గుర్తించడం.

ప్రశ్నలో ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా బొమ్మను గీసుకుంటే సమాధానాన్ని తేలిగ్గా గుర్తించవచ్చు. అభ్యర్థి పరిశీలన, దిశ నిర్ధరణ సామర్థ్యాలను పరీక్షించడానికి ఇలాంటి ప్రశ్నలు ఇస్తుంటారు. 'దిశా నిర్దేశన పరీక్ష' విభాగం నుంచి వచ్చే ప్రశ్నలకు సరైన జవాబులు వేగంగా గుర్తించాలంటే అభ్యర్థికి దిక్కులపై అవగాహన అవసరం. ఒకవ్యక్తి నిర్దిష్ట దిశలో నడుస్తున్నప్పుడు అతడి కుడి, ఎడమల్లో ఏ దిక్కులు వస్తాయో తెలిసి ఉండాలి. ఈ కింది పటం ద్వారా దిక్కులపై అభ్యర్థి పట్టుసాధించవచ్చు.



ముఖ్యమైన అంశాలు:

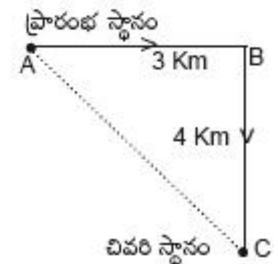
¤ ఈ ప్రశ్నల్లో సాధారణంగా ఉత్తర, దక్షిణ దిశను నిలువు (Vertical Direction) గా, తూర్పు, పడమర దిశను, సమాంతర దిశ (Horizontal Direction) గా గుర్తిస్తారు.

¤ ఒక నిర్దేశిత స్థానం నుంచి ఒక వ్యక్తి కొంతదూరం X కి.మీ. ప్రయాణించి, తర్వాత నిలువుగా తిరిగి Y కి.మీ. దూరం ప్రయాణిస్తే, తొలి, తుది స్థానాల మధ్య దూరం $\sqrt{x^2 + y^2}$ కి.మీ. అవుతుంది.

ఉదా: 1) రవి తన ఇంటి నుంచి తూర్పు దిశగా 3 కి.మీ ప్రయాణించి అక్కడి నుంచి కుడివైపు తిరిగి 4 కి.మీ. ప్రయాణించాడు. అయితే రవి తన ఇంటి నుంచి ఎంత దూరంలో ఉన్నాడు.

జవాబు: ABC లంబకోణ త్రిభుజం కాబట్టి పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$$\text{కర్ణం} = \sqrt{\text{భుజం}^2} + \sqrt{\text{భుజం}^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16}$$
$$= \sqrt{25} = 5$$



రవి తన ఇంటినుంచి 5 కి.మీ.ల దూరంలో ఉన్నాడు.

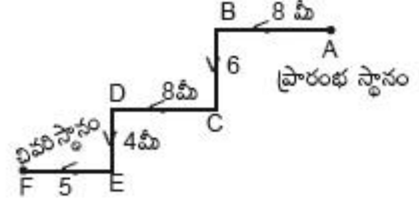
ఉదా : 2) ఒక వ్యక్తి తన ఇంటినుంచి బయలుదేరి పడమరదిశగా 8 మీ. ప్రయాణించిన తర్వాత ఎడమవైపు తిరిగి 6 మీ.లు ప్రయాణించాడు. మళ్లీ అక్కడ నుంచి 8 మీ. పడమర దిశగా ప్రయాణించిన తర్వాత దక్షిణ దిశగా 4 మీటర్లు నడిచాడు. చివరగా, అతడు తన కుడివైపు తిరిగి 5 మీటర్లు ప్రయాణించాడు. అతడు తన ఇంటినుంచి సమాంతరంగా ఎంత దూరం ప్రయాణించాడు?

జవాబు: ఆ వ్యక్తి సమాంతరంగా ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం

= FE + CD + AB

= (5 + 8 + 8)మీ.

= 21 మీటర్లు.



ఉదా: 3) ఒక విద్యార్థి తన ఇంటినుంచి స్కూలుకి నడుచుకుంటూ ఈ విధంగా బయలుదేరాడు. మొదట ఆ విద్యార్థి తూర్పు దిశగా 5 మీ. ప్రయాణించిన తర్వాత ఎడమ వైపు తిరిగి 10 మీ. ప్రయాణించిన తర్వాత మళ్లీ తన కుడివైపు తిరిగి 8 మీ. ప్రయాణించాడు. ఆ తర్వాత అతడు 2 మీ. ఉత్తరం వైపు ప్రయాణించి, చివరగా తూర్పు వైపు 3 మీ.లు ప్రయాణించిన స్కూలుకి చేరాడు. అయితే స్కూలుకు, ఇంటికి మధ్య ఉన్న దూరం ఎంత?

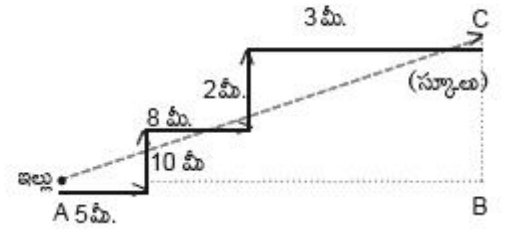
జవాబు: చిత్రంలో Aను ఇల్లుగా, C ను స్కూలుగా తీసుకుంటే, పాఠశాలకు, ఇంటికి మధ్యనున్న దూరం AC అవుతుంది.

AB = 5 + 8 + 3

= 16 మీ.

BC = 10 + 2

= 12 మీ. అవుతుంది.



Δ ABC లంబకోణ త్రిభుజంలో

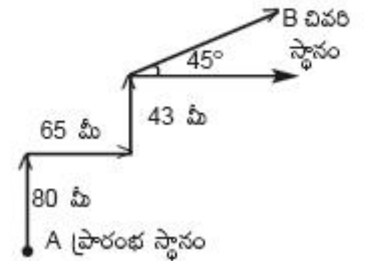
$$AC = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2}$$

$$= \sqrt{16^2 + 12^2}$$

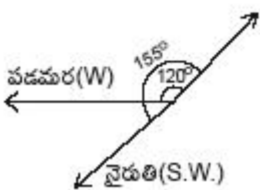
$$AC = \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400}$$ = 20 మీటర్లు.

కాబట్టి, ఆ విద్యార్థి ఇంటినుంచి పాఠశాలకు మధ్యనున్న దూరం 20 మీటర్లు.

ఉదా: 4) రాజు తన ఇంటి నుంచి 80 మీటర్ల దూరం ఉత్తర దిశగా ప్రయాణించి, తర్వాత కుడివైపు తిరిగి 65 మీటర్లు ప్రయాణించాడు. మళ్లీ ఉత్తర దిశగా తిరిగి 43 మీటర్లు ప్రయాణించాడు. చివరగా రాజు గడియారపు సవ్యదిశలో 45జీలు తిరిగి ప్రయాణిస్తే, అతడు ఏ దిశలో వెళ్తున్నాడు.



జవాబు: రాజు A నుంచి ప్రారంభమై, B దిశలో ప్రయాణిస్తున్నాడు. అంటే ఈశాన్య దిశ (NE)లో వెళ్తున్నాడు.

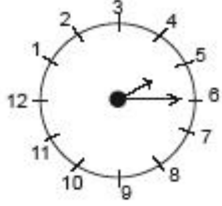


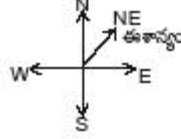
ఉదా: 5) హనీషా పడమరవైపు అభిముఖంగా ఉంది. తను నిల్చున్న స్థానం నుంచి గడియారపు సవ్యదిశలో 120°లు తిరిగి, తర్వాత 155°లు గడియారపు అపసవ్య దిశలో తిరిగింది. హనీషా ఏ దిశలో నిల్చుంది?

జవాబు: చిత్రం ఆధారంగా హనీషా నైరుతి (South West) దిశలో నిలిచి ఉంది.

ఉదా: 6) గడియారంలో సమయం 5.30 నిమిషాలు అయింది. నిమిషాల ముల్లు తూర్పును సూచిస్తుంటే, గంటల ముల్లు ఏ దిశను సూచిస్తుంది?

జవాబు: గడియారంలో సమయం 5.30 నిమిషాలు అయినప్పుడు గంటల ముల్లుకు, నిమిషాల ముల్లుకు మధ్య కోణం 45^o లు ఉంటుంది.





ఇప్పుడు నిమిషాల ముల్లును ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా తూర్పు దిశలో ఉన్నట్లుఊహించుకుంటే, అప్పుడు గంటల ముల్లు 'ఈశాన్యం'లో ఉన్నట్లు తెలియజేస్తుంది.

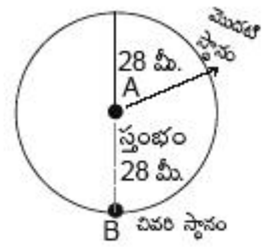
ఉదా 7): ఒక వృత్తాకార పార్కు మధ్యలో ఒక స్తంభం ఉంది. రాజు పార్కు అంచువద్దకు రావడానికి స్తంభం వద్దనుంచి 28మీ. ఉత్తరం వైపు, తర్వాత పార్కు అంచు వెంబడి 88 మీటర్లు ప్రయాణించాడు. ప్రస్తుతం రాజు స్తంభానికి ఎంత దూరంలో, ఏ దిక్కులో ఉన్నాడు?

జవాబు: రాజు 88 మీటర్లు నడిచాడు. అంటే వృత్తం చుట్టుకొలతలో సగం నడిచాడు. కాబట్టి రమేష్ స్తంభం నుంచి 28 మీ. దక్షిణం వైపు ఉన్నాడు.

సమస్యలో వృత్తవ్యాసార్ధం = 28 మీటర్లు.

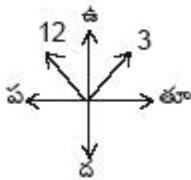
వృత్తం చుట్టుకొలత = $2\Pi r$

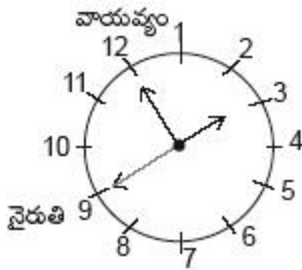
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 28 = 176$ మీటర్లు



ఉదా: 8) ఒక గడియారంలో సమయం మధ్యాహ్నం 3 గంటలు అయినప్పుడు నిమిషాల ముల్లు వాయవ్య దిశను సూచిస్తుంది.గడియారంలో సమయం ఉదయం 9 గంటలు అయినప్పుడు గంటల ముల్లు ఏ దిశను సూచిస్తుంది ?

జవాబు: ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా మధ్యాహ్నం 3 గంటలు అయితే నిమిషాల ముల్లు వాయువ్య దిశను సూచిస్తుంది. దీన్ని చిత్రంలో ఇలా చూడవచ్చు.





ఇదే విధంగా ఉదయం 9 గంటలు అయితే చిత్రం ఆధారంగా గంటల ముల్లు 'నైరుతి' దిశగా ఉంటుంది.

1. ఒక వ్యక్తి దక్షిణం వైపు 30 మీ. ప్రయాణించి కుడివైపుతిరిగి 30 మీ. ప్రయాణించాడు. అక్కడి నుంచి ఎడమవైపు తిరిగి 20 మీ. ప్రయాణించి మళ్లీ ఎడమవైపు తిరిగి 30 మీ. ప్రయాణించాడు. అతడు బయలుదేరిన స్థానం నుంచి ఎంతదూరంలో ఉన్నాడు?

జ: 50 మీ.

2. అలోక్ తన ఇంటి నుంచి 15 కి.మీ. ఉత్తరం వైపు ప్రయాణించాడు. అక్కడి నుంచి పడమరవైపు 10 కి.మీ. ప్రయాణించి, దక్షిణం వైపు మళ్లీ 5 కి.మీ. ప్రయాణించాడు. చివరగా తూర్పు వైపు 10 కి.మీ. ప్రయాణించాడు. అయితే ప్రస్తుతం అతడు బయలుదేరిన స్థానం నుంచి ఏ దిక్కులో ఉన్నాడు?

ఎజ: ఉత్తరం

3. స్వామి 10 మీ. దక్షిణంవైపు ప్రయాణించి, ఎడమవైపు తిరిగి 20 మీ. ప్రయాణించాడు. అక్కడి నుంచి కుడివైపు తిరిగి 20 మీ. ప్రయాణించి మళ్లీ కుడివైపు తిరిగి 20 మీ. ప్రయాణించాడు. చివరిగా కుడివైపు తిరిగి 10మీ. ప్రయాణించాడు. అయితే స్వామి ప్రస్తుతం బయలుదేరిన స్థానం నుంచి ఎంత దూరంలో, ఏ దిక్కులో ఉన్నాడు?

జ: 20 మీ., దక్షిణం

4. ఒక వ్యక్తి తూర్పు వైపు 1 కి.మీ. ప్రయాణించి అక్కడి నుంచి దక్షిణం వైపు 5 కి.మీ. ప్రయాణించి, మళ్లీ తూర్పు వైపు 2 కి.మీ. ప్రయాణించాడు. ఉత్తరం వైపు మళ్లీ 9 కి.మీ. వెళ్లాడు. బయలుదేరిన స్థానం నుంచి ఎంతదూరంలో ఉన్నాడు?

జ: 5 కి.మీ.

5. వేణు ఉత్తరం వైపు 10 కి.మీ. ప్రయాణించాడు. అక్కడి నుంచి దక్షిణం వైపు 6 కి.మీ. ప్రయాణించిన తర్వాత తూర్పు వైపు 3 కి.మీ. ప్రయాణించాడు. బయలుదేరిన స్థానం నుంచి ఎంత దూరంలో ఏ దిక్కులో ఉన్నాడు?

జ: 5 కి.మీ., ఈశాన్యం

6. ఒక బాలిక తన ఇంటి నుంచి 30 మీ. వాయువ్యం దిశలో ప్రయాణించింది. అక్కడి నుంచి 30 మీ. నైరుతి దిశలో ప్రయాణించిన తర్వాత 30 మీ. ఆగ్నేయ దిశలో ప్రయాణించింది. ఆమె బయలుదేరిన స్థానానికి చేరాలంటే ఏ దిక్కులో ప్రయాణించాలి?

జ: ఈశాన్యం

7. రమేష్ 7 కి.మీ. తూర్పువైపు ప్రయాణించి, ఎడమవైపు తిరిగి 3 కి.మీ. ప్రయాణించి మళ్లీ ఎడమవైపు 13 కి.మీ. ప్రయాణించాడు. ప్రస్తుతం రమేష్ బయలుదేరిన స్థలం నుంచి ఎన్ని కి.మీ. దూరంలో ఉన్నాడు?

ఎ) 16 కి.మీ. బి) 7 కి.మీ సి) 8 కి.మీ. డి) ఏదీకాదు

8. ఒకరోజు సూర్యోదయం తర్వాత గోపాల్ ఒక స్తంభానికి ఎదురుగా నిలుచున్నాడు. ఆస్తంభం నీడ గోపాల్‌కు కచ్చితంగా కుడివైపు పడింది. అతడు ఏ దిక్కుగా ముఖంపెట్టి నిలుచున్నాడు?

జ: దక్షిణం

9. విక్రమ్, కైలేష్ ఒక రోజు ఉదయం ఎదురెదురుగా నిలబడ్డారు. కైలేష్ నీడ విక్రమ్‌కు కచ్చితంగా కుడి వైపుపడుతుంది. అయితే కైలేష్ ఎటు చూస్తున్నాడు?

జ: ఉత్తరం

రక్త సంబంధాలు (Blood Relations)

ఈ విభాగం నుంచి అడిగే ప్రశ్నలకు సమాధానాలు తెలుసుకునేందుకు విద్యార్థికి నిత్యజీవితంలో సంబంధాల గురించి తెలిసి ఉండాలి. ఈ సంబంధాలు తరచూ వినేవే అయినా కొన్నింటిని ఇక్కడ పొందుపరుస్తున్నాం.

రక్త సంబంధాల విషయంలో ఇంగ్లిష్‌కు, తెలుగుకు వివరణల్లో కొంచెం తేడా ఉంటుంది. కాబట్టి విద్యార్థులు తమ సొంత (ఇంగ్లిష్ లేదా తెలుగు) మాధ్యమాల్లోనే ప్రశ్నలను సాధించడం సులభం.

ఉదాహరణకు ఇంగ్లిష్‌లో Brother-in-law అనే సంబంధానికి తెలుగులో బావ లేదా మరిది అని అర్థం. అంటే ఇద్దరు వ్యక్తుల్లో ఎవరినైనా ఇది సూచిస్తుంది.

ఈ సంబంధాలను తెలుగు, ఇంగ్లిష్‌లలో వివరించినా, ప్రశ్నలు మాత్రం తెలుగులోనే ఉన్నాయి. కాబట్టి, ఆంగ్ల మాధ్యమం విద్యార్థులు ప్రశ్నలను ఇంగ్లిష్‌లోకి మార్చి జవాబులు సాధించే ప్రయత్నం చేయకూడదు.

¤ తండ్రి లేదా తల్లికి కుమారుడు - సోదరుడు

Father's or Mother's Son - Brother

¤ తండ్రి లేదా తల్లికి కుమార్తె - సోదరి

Father's or Mother's Daughter - Sister

¤ తండ్రి లేదా తల్లికి తండ్రి - తాత

Father's or Mother's Father -Grand Father

¤ తండ్రి లేదా తల్లికి తల్లి - నాయనమ్మ లేదా అమ్మమ్మ

Father's or Mother's mother - Grand Mother

¤ తండ్రి లేదా తల్లికి సోదరుడు - పినతండ్రి/ చిన్నాన్న లేదా మేనమామ

Father's or Mother's Brother - Uncle

¤ తండ్రి లేదా తల్లికి సోదరి - పినతల్లి/ చిన్నమ్మ లేదా మేనత్త

Father's or Mother's Sister - Aunt

¤ అన్న లేదా తమ్ముడి భార్య - వదిన లేదా మరదలు

Brother's Wife - Sister-in-law

¤ అక్క లేదా చెల్లెలి భర్త - బావ

Sister's husband - Brother-in-law

¤ భర్త లేదా భార్య తండ్రి - మామ

Husband's or Wife's Father – Uncle

¤ భర్త లేదా భార్య తల్లి - అత్త

Husband's or Wife's Mother - Aunty

¤ అన్న లేదా అక్క కొడుకు - మేనల్లుడు

Brother's or Sister's Son - Nephew

¤ అన్న లేదా అక్క కూతురు - మేనకోడలు

Brother's or Sister's Daughter - Niece

¤ కుమారుడి భార్య - కోడలు

Son's Wife - Daughter-in-law

¤ కుమార్తె భర్త - అల్లుడు

Daughter's husband - Son-in-law

¤ తాతకు ఏకైక కుమారుడు - నాన్న

Grand Father's only Son - Father

¤ తాతకు ఏకైక కుమార్తె - అమ్మ

Grand Father's only Daughter - Mother

¤ తండ్రి లేదా తల్లికి ఏకైక కుమారుడు - అతడే

Father's or Mother's only son - Himself

¤ తండ్రి లేదా తల్లికి ఏకైక కుమార్తె - ఆమే

Father's or Mother's only Daughter - Herself

1. ఒక వ్యక్తి ఒక స్త్రీతో 'నీ తల్లి యొక్క భర్త సోదరి నాకు అత్త' అన్నాడు. అయితే ఆ స్త్రీ ఆ వ్యక్తికి ఏమవుతుంది?

జవాబు: సోదరి

ఈ ప్రశ్నలో ఇచ్చిన సమాచారాన్ని విశ్లేషిస్తే..

నీ తల్లి యొక్క భర్త - నీ తండ్రి

నీ తండ్రి యొక్క సోదరి - నీ అత్త

కాబట్టి, ఆ స్త్రీ అత్త అతడికి కూడా అత్త అవుతుంది.

అంటే, ఆ స్త్రీ అతడికి సోదరి అవుతుంది.

2. ఒక మహిళను చూపుతూ కౌశిక్ ఇలా అన్నాడు. 'ఆమె నా తల్లి భర్త యొక్క తల్లికి కుమార్తె. అయితే ఆ మహిళ కౌశిక్‌కు

ఏమవుతుంది?

జవాబు: మేనత్త

ఈ ప్రశ్నలోని సంబంధాలు..

'నా తల్లి భర్త' అంటే కౌశిక్ తండ్రి,

తండ్రి యొక్క తల్లి అంటే కౌశిక్ నాయనమ్మ

నాయనమ్మ కుమార్తె అంటే కౌశిక్‌కు మేనత్త అవుతుంది.

3. A, B లు సోదరులు. C, D లు సోదరీమణులు. A కుమారుడు D కి సోదరుడు. అయితే C కి B ఏమవుతాడు?

జవాబు: పినతండ్రి లేదా చిన్నాన్న

ఈ ప్రశ్నలో B, A యొక్క సోదరుడు, A కుమారుడు, D కి సోదరుడు అంటే D, A యొక్క కూతురు, C, D లు సోదరీమణులు. కాబట్టి C కూడా A కూతురు కాబట్టి C, B యొక్క సోదరుడి కుమార్తె. కాబట్టి, B, C కి పినతండ్రి లేదా చిన్నాన్న అవుతాడు.

4. A, B, C, D, E, F లు ఒక కుటుంబంలోని సభ్యులు. B C కి కొడుకు. కానీ, C B కి తల్లికాదు. A, C లు భార్యాభర్తలు. C సోదరుడు E. D అనే ఆమె A కి కూతురు. B సోదరుడు F.

¤ B C కి కొడుకు. కానీ C B కి తల్లికాదు అంటే తండ్రి అని అర్థం. B, C లు మగవారు.

¤ A, C లు భార్యాభర్తలు అంటే C భర్త అయితే A భార్య అవుతుంది. ఎందుకంటే పై వాక్యాన్ని బట్టి A కుమారుడు B అవుతాడు.

¤ C సోదరుడు E అంటే మగవాడు, A కి మరిది అవుతాడు.

¤ B కి చిన్నాన్న అవుతాడు.

¤ D అనే ఆమె A కి కూతురు అంటే C కి కూడా కుమార్తె అవుతుంది.

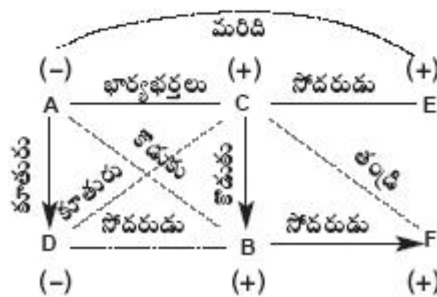
¤ D B కి సోదరి అవుతుంది. E కి సోదరుడి కూతురు అవుతుంది.

¤ B సోదరుడు F అంటే A, C ల కుమారుడు.

పై వివరణలు పటం రూపంలో.

మగవారికి (+) అని, ఆడవారికి (-) అని అనుకుంటే..

.



i) కుటుంబంలో ఎంతమంది మగ (male) వ్యక్తులు ఉన్నారు?

జవాబు: 4

పటంలో (+) గుర్తులో ఉన్నది మగవారు కాబట్టి ఇందులో నలుగురు ఉన్నారు. వారుB, C, E, F లు

ii) B కి తల్లి ఎవరు?

జవాబు: A

ప్రశ్నలో ఇచ్చిన సమాచారం ప్రకారం B C కుమారుడు, A, C లు భార్యభర్తలు. అంటే A లేదా C B కి తల్లి అవుతారు. C B తల్లి కాదు అంటే తండ్రి అని అర్థం. అప్పుడు A తల్లి అవుతుంది.

iii) A కి ఎంతమంది పిల్లలు?

జవాబు: 3

ఈ ప్రశ్నలో A, C లు భార్యాభర్తలు. B, F లు సోదరులు. D అనే ఆమె A కి కూతురు. B కూడా A కి కుమారుడు అంటే F కూడా కుమారుడు. కాబట్టి, A కి ముగ్గురు పిల్లలు వారు D, B, F లు.

iv) E కి భార్య ఎవరు?

జవాబు: None

ఈ ప్రశ్నలో C సోదరుడు E. కానీ, ఇందులో ఇద్దరు ఆడవారు (A, D) ఉన్నారు. D, A కి కూతురు. A, C లు భార్యా భర్తలు. అంటే మొత్తం ఒక్క జంట మాత్రమే ఉంది. కాబట్టి, E కి భార్య లేదు.

v) కిందివారిలో ఆడవారు ఎవరు?

జవాబు: AD

ఈ ప్రశ్నలో ఆడవారు A (తల్లి), D (కూతురు). మొత్తం ఇద్దరు.

ఇటువంటి ప్రశ్నలను ఇచ్చినపుడు ముందుగా వాటిమధ్య సంబంధాన్ని గుర్తుపెట్టుకుంటే సమాధానాలను తేలిగ్గా తెలుసుకోవచ్చు.

5. ఒక పరిభాషలో P × Q అంటే P కి భార్య Q అనీ, P - Q అంటే Q కు చెల్లి P అనీ, P ÷ Q అంటే P, Q లు అన్నదమ్ములని అర్థం. అయితే, A - B ÷ D లో A కి D ఏమవుతాడు?

జవాబు: సోదరుడు

ఈ ప్రశ్నలో A - B అంటే B కి చెల్లి A అవుతుంది. ఇక్కడ B మగ లేదా ఆడ అంటే జండర్ తెలియదు. తర్వాత B ÷ D అంటే B, D లు అన్నదమ్ములు అవుతారు. ఇక్కడ A కి D ఏమవుతాడన్నప్పుడు 'B' తో సంబంధం లేదు.

కాబట్టి A కి D సోదరుడు అవుతాడని తెలుసుకోవచ్చు.

6. రవి సోదరుడు దీపక్. అతుల్ సోదరి రేఖ. రేఖ కుమారుడు రవి. అయితే రేఖకు దీపక్ ఏమవుతాడు?

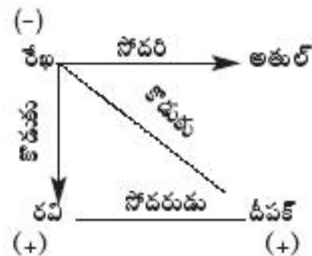
జవాబు: కుమారుడు

ఈ ప్రశ్నలో ఇచ్చిన సమాచారం ప్రకారం

¤ రవి సోదరుడు దీపక్.. అంటే, ఇద్దరూ మగవారు

¤ అతుల్ సోదరి రేఖ అంటే రేఖ ఆడ అవుతుంది.

¤ రేఖ కుమారుడు రవి. అంటే దీపక్ కూడా రేఖ కుమారుడే అవుతాడు. ఎందుకంటే దీపక్ రవి అన్నదమ్ములు.



7. ఒక పార్టీలో ఒక అమ్మమ్మ, తండ్రి, తల్లి నలుగురు కొడుకులు, వారి భార్యలు, ఒక్కొక్క కొడుక్కి ఒక్కొక్క కొడుకు, ఇద్దరిద్దరు కుమార్తెలు చొప్పున ఉన్నారు. కుటుంబంలోని ఆడవారి సంఖ్య ఎంత?

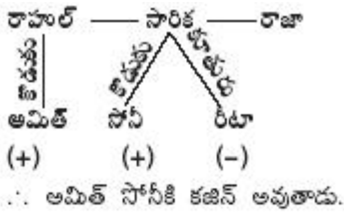
జవాబు: 14

ప్రశ్నలో ఇచ్చిన సమాచారం ప్రకారం కుటుంబంలోని ఆడవారి సంఖ్య: ఒక అమ్మమ్మ + తల్లి + (నలుగురు కొడుకుల భార్యలు) + ఒక్కొక్కరికి ఇద్దరిద్దరు కుమార్తెలు ⇒1 + 1 + 4 + 8 = 14

8. అమిత్ రాహుల్ కుమారుడు. రాహుల్‌కు సోదరి అయిన సారికకు సోనీ అనే కొడుకు రీటా అనే కూతురు ఉన్నారు. రాజా, సోనీకి మేనమామ అయితే అమిత్‌కు సోనీ ఏమవుతాడు?

జవాబు: కజిన్

ఈ ప్రశ్నలో ఇచ్చిన ప్రకారం



9. శ్రీకాంత్ ఒక స్త్రీని చూపిస్తూ "ఆమె ఒక స్త్రీకి కూతురు ఆ స్త్రీ నా తల్లి భర్తకు తల్లి" అన్నాడు. అయితే శ్రీకాంత్‌కు ఆమె ఏమవుతుంది?

జవాబు: మేనత్త

ఈ ప్రశ్నలో ఇచ్చిన సంబంధాలను కింది విధంగా విశ్లేషించవచ్చు.

తల్లికి భర్త – తండ్రి

తండ్రికి తల్లి - నాయనమ్మ

నాయనమ్మకు కూతురు - తండ్రికి సోదరి

తండ్రికి సోదరి - మేనత్త

∴ శ్రీకాంత్‌కి ఆ స్త్రీ మేనత్త అవుతుంది.

10. ఒక వ్యక్తి ఒక స్త్రీని చూపిస్తూ "ఆమె ఏకైక సోదరుడి కొడుకు నా భార్యకు సోదరుడు" అన్నాడు. అయితే ఆ స్త్రీ ఆ వ్యక్తికి ఏమవుతుంది?

జవాబు: మామకు సోదరి

ఈ ప్రశ్నలో ఇచ్చిన సమాచారం ప్రకారం

భార్యకు సోదరుడు - బావమరిది

స్త్రీ సోదరుడి కుమారుడు ఆ వ్యక్తికి బావమరిది

కాబట్టి, స్త్రీ సోదరుడు ఆ వ్యక్తి మామ

∴ ఆ స్త్రీ ఆ వ్యక్తి మామకు సోదరి

1. ఒక స్త్రీ ఒక వ్యక్తిని పరిచయం చేస్తూ "ఇతడు నా తల్లి తల్లికి ఏకైక కుమారుడు అన్నది. అయితే ఆ స్త్రీ ఆ వ్యక్తికి ఏమవుతుంది?

జవాబు: మేనకోడలు

2. సురేష్ ఒక ఫొటోలోని వ్యక్తిని చూపుతూ "ఈమె మా తమ్ముడి సోదరి తల్లికి ఏకైక కుమార్తె" అన్నాడు. అయితే ఆ ఫొటోలోని స్త్రీ సురేష్‌కి ఏమవుతుంది?

జవాబు: సోదరి

3. A, B, C, D, E, F లు కుటుంబ సభ్యులు. వారిలో రెండు జంటలు వివాహితులు. A, F లకు C తల్లి, D కి E తండ్రి. B కి A మనవడు. కుటుంబంలో ముగ్గురు స్త్రీలు.

i) కిందివాటిలో వివాహిత జంట ఏది?

జవాబు: EB

ii) E భార్య ఎవరు?

జవాబు: B

iii) A కి F ఏమవుతుంది?

జవాబు: చెల్లి

4. ఒక పరిభాషలో P+Q అంటే P సోదరి Q అని, P-Q అంటే P సోదరుడు Q అని, P×Q అంటే P భర్త Q అని అర్థం. అయితే A+B-C లో A అనే వ్యక్తి C కి ఏమవుతాడు?

జవాబు: సోదరుడు

5. లక్ష్మి, మీనాలు రోహన్‌కు భార్యలు. షాలిని మీనాకు పెంపుడుకూతురు. షాలినికి లక్ష్మి ఏమవుతుంది?

జవాబు: తల్లి

6. B కి సోదరి A. B తల్లి C. C తండ్రి D. D తల్లి E. అయితే, D కి A ఎవరు?

జవాబు: మనుమరాలు

7. B సోదరుడు A. A తండ్రి C. E సోదరుడు D. B కూతురు E. అయితే D మామ ఎవరు?

జవాబు: A

క్రమానుగత శ్రేణి పరీక్ష

1. బస్‌స్టేషన్ నుంచి ప్రతి 30 నిమిషాలకు ఒక బస్సు బయటకు వెళుతుంది. ఒకప్రయాణికుడు ఎంక్వైరీ క్లర్క్‌ను అడిగితే బస్సు వెళ్లిపోయి 10 నిమిషాలయిందని చెప్పాడు. తర్వాతి బస్సు 9:35 AM కు ఉందన్నాడు. అయితే ప్రయాణికుడు ఏ సమయంలో ఎంక్వైరీ క్లర్క్‌తో మాట్లాడాడు?

జవాబు: 9:15 AM

వివరణ: తర్వాతి బస్సు 9:35 A.M.కు ఉంది. అంటే దాని ముందు బస్సు 9:05 AM కు ఉంటుంది. ఎందుకంటే ప్రతి 30

నిమిషాలకు ఒక బస్సు బయటకు వెళుతుంది.ప్రయాణికుడి బస్సు వెళ్లి 10 నిమిషాలయింది.

అంటే 9:05 + 0:10 = 9:15 AM.

2. కోకిలాబెన్ తొమ్మిది రోజుల క్రితం సినిమాకు వెళ్లింది. ఆమె ఎప్పుడైనా గురువారం మాత్రమే సినిమాకు వెళుతుంది. అయితే ఈ రోజు ఏ వారం?

జవాబు: శనివారం

వివరణ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (X) → కోకిలాబెన్ తొమ్మిది రోజుల క్రితం సినిమాకు వెళ్లింది.

ఆమె ఎప్పుడైనా గురువారం సినిమాకు వెళుతుంది. అంటే 1వ రోజు సినిమాకు వెళ్లింది. అది గురువారం.

(1)th 2, 3, 4, 5, 6, 7, (8)th , 9, (X) శనివారం

1+7 = 8 కూడా గురువారం అవుతుంది తర్వాత రెండోరోజు శనివారం అవుతుంది

3. అశిష్ ఇంటి నుంచి బస్‌స్టాప్‌కు మామూలు సమయం కంటే 15 నిమిషాలు ముందుగా వెళ్లాడు. అతడు ఇంటి నుంచి 10 నిమిషాల్లో బస్‌స్టాప్‌కు చేరాడు. బస్‌స్టాప్ చేరినప్పుడు సమయం 8:40 AM. అతడు మామూలుగా బయలుదేరే సమయం ఎంత?

జవాబు: 8:45 AM

వివరణ: అశిష్ 8:40 AM కు బస్‌స్టాప్‌కు వచ్చాడు. అతడు 10 నిమిషాల్లో ఇంటి నుంచి బస్‌స్టాప్‌కు వచ్చాడు. అంటే 8:30 A.M. కు బయలుదేరాడు. 15 నిమిషాలు ముందుగా వచ్చాడు. అంటే.. మామూలుగా బయలుదేరే సమయం = 8:30 + 0:15 = 8:45 AM

4. ఒక వరుసలో కొన్ని చెట్లున్నాయి. వాటిలో ఒక చెట్టు ఇరువైపుల నుంచి అయిదో స్థానంలో ఉంది. అయితే ఆ వరుసలో ఎన్ని చెట్లున్నాయి?

జవాబు: 9

వివరణ: ఒక వరుసలో ఒక చెట్టు ఇరువైపుల నుంచీ అయిదో స్థానంలో అంటే

1, 2, 3, 4, Tree , 4, 3, 2, 1

ఇప్పుడు చెట్టు రెండో వైపునుంచి అయిదో స్థానంలో ఉంది. ఆ వరుసలో మొత్తం చెట్లు 4 + Tree + 4 = 9 చెట్లు ఉన్నాయి.

5. ఒక తరగతిలో రమణకు మొదటి నుంచి 16వ ర్యాంకు, చివరి నుంచి 49వ ర్యాంకు వచ్చింది. అయితే ఆ తరగతిలోని విద్యార్థులు ఎందరు?

జవాబు: 64

వివరణ: తరగతిలోని మొత్తం విద్యార్థులు = రమణ ర్యాంకు మొదటి నుంచి + అతడి ర్యాంకుచివరి నుంచి -1 తరగతిలోని విద్యార్థులు = 16 + 49 - 1 = 65 -1 = 64

6. ఒక తరగతిలో కల్పనకు భౌతికశాస్త్రంలో మొదటి నుంచి 7వ ర్యాంకు, గణితశాస్త్రంలో చివరి నుంచి 14వ ర్యాంకు వచ్చింది. అయితే ఆ తరగతిలోని విద్యార్థులు ఎందరు?

జవాబు: నిరూపించలేం

వివరణ: తరగతిలోని విద్యార్థులు కావాలంటే మొదటి నుంచి ర్యాంకు, చివరి నుంచి ర్యాంకు తెలియాలి. ఈ ప్రశ్నలో కల్పన ర్యాంకు మొదటి నుంచి చివరి నుంచి ఇచ్చారు. కానీ, ఒక సబ్జెక్టులో ఇవ్వలేదు. కాబట్టి తరగతిలోని విద్యార్థులనులెక్కించలేం.

7. 11 నుంచి 50 వరకు ఉన్న సంఖ్యల్లో 7తో నిశ్శేషంగా భాగితమై, 3తో భాగించలేని సంఖ్యలు ఎన్ని ఉన్నాయి?

జవాబు: నాలుగు

వివరణ: 11 నుంచి 50 వరకు ఉన్న 7తో భాగించే సంఖ్యలు 14, 21, 28, 35, 42, 49 ఇందులో 3తో భాగించే సంఖ్యలు 21, 42 మిగిలినవి మనకు కావలసినవి. అవి 14, 28, 35, 49 అంటే నాలుగు ఉన్నాయి.

8. 9 నుంచి 54 వరకు ఉన్న సంఖ్యల్లో 9తో నిశ్శేషంగా భాగితమై, 3 తో భాగించలేని సంఖ్యలు ఎన్ని ఉన్నాయి?

జవాబు: ఉండవు

వివరణ: 9 నుంచి 54 వరకు ఉన్న 9తో భాగించే సంఖ్యలు 9, 18, 27, 36, 45, 54 ఇందులో 3తో భాగించే సంఖ్యలు అన్నీ ఉంటాయి. జాగ్రత్తగా చూస్తే '9తో భాగించే ప్రతి సంఖ్య 3తో నిశ్శేషంగా భాగితమవుతుంది. కాబట్టి, అలాంటి సంఖ్యలు ఉండవు. (Nil)

9. ఒక సంఖ్య 3 కంటే పెద్దది, 8 కంటే చిన్నది. అదే సంఖ్య 6 కంటే పెద్దది, 10 కంటే చిన్నది. అయితే ఆ సంఖ్య ఏది?

జవాబు: 7

వివరణ: మొదటి సందర్భంలో ఉండే సంఖ్య 3 కంటే పెద్దది 8 కంటే చిన్నది. అంటే 4, 5, 6, (7) ఏదో ఒకటి. అదే సంఖ్య రెండో సందర్భంలో 6 కంటే పెద్దది, 10 కంటే చిన్నది. అంటే (7), 8, 9 ఏదో ఒకటి. కానీ, రెండు సందర్భాల్లో ఉండే సంఖ్య 7. కాబట్టి, మనకు కావలసిన సంఖ్య అదే అవుతుంది.

10. ఒక వరుసలో 21 మంది బాలికలు ఉన్నారు. అందులో మోనిక నాలుగు స్థానాలుకుడివైపు వెళ్తే, ఎడమ చివరి నుంచి 12వ స్థానంలో ఉంటుంది. అయితే ఆమె కుడి చివరి నుంచి ఏ స్థానంలో ఉంది?

జవాబు: 14వ

వివరణ: ఒక వరసలో 21 మంది బాలికలు.

ఎడమ చివర మోనిక

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, [12] 13

M

14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 కుడి చివర

నాలుగు స్థానాలు కుడివైపు వెళ్తే, అంటే, దానికంటే ముందు 8వ స్థానంలో ఉందని అర్థం. అయితే కుడి చివరి నుంచి అంటే 21 - 7 = 14వ స్థానం ఉంది.

11. కింది శ్రేణిలో ఎన్ని జతల మధ్య భేదం 2 ఉంటుంది?

6 4 1 2 2 8 7 4 2 1 5 3 8 6 2 1 7 1 4 1 3 2 8 6

జవాబు: 6

వివరణ: ఇచ్చిన శ్రేణిలో రెండు వరుస సంఖ్యల మధ్య భేదం 2 అంటే అది +2 కావచ్చు లేదా -2 కావచ్చు. ఈ రెండు సందర్భాలను లెక్కించాలి.

[64]12287 [42] 1 [53] [86] 21714 [13] 2 [86]

మొత్తం ఆరు సందర్భాల్లో రెండు సంఖ్యల మధ్య భేదం 2 ఉంది.

12. కిందిశ్రేణిలో మధ్య సంఖ్య నుంచి ఎడమవైపు మూడో స్థానంలో ఉన్న సంఖ్య ఏది?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 2 4 6 8 9 7 5 3 1 9 8 7 6 5 4 3 2 1

జవాబు: 4

వివరణ: ఇచ్చిన శ్రేణిలో మొత్తం 27 సంఖ్యలు ఉన్నాయి. అందులో మధ్య సంఖ్య అంటే 14వ సంఖ్య అవుతుంది.

$n + 1 = \frac{n+1}{2}$

(27 + 1= $\frac{28}{2}$ = 14వ)

ఎడమ

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 2, 4, 6, 8, 9

మధ్యసంఖ్య

7, 5, 3, 1, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

కుడి

ఎడమవైపు మూడో సంఖ్య అంటే '4' అవుతుంది.

13. కిందిశ్రేణిలో ముందు 4 లేకుండా, వెంటనే 1 ఉన్న 2 లు ఎన్ని ఉన్నాయి?

421214211244412212144214212124142124146

జవాబు: నాలుగు

వివరణ: ఇచ్చిన నియమం ప్రకారం ఎన్ని 2లు అంటే మధ్య 2 ఉండాలి. ముందు 4 లేకుండా అంటే 42 ఉండకూడదు. కానీ 12, 22, 32, 52, 62, 72, 82, 92 ఉండవచ్చు. వెంటనే 1 ఉండాలి. అప్పుడు 121, 221, 321, 521, 621, 721, 821, 921 మాత్రమే ఉండాలి.

42 [121] 421 12 4441 [22[1]21] 4421
42 [121] 2414212 4146

అంటే మొత్తం 'నాలుగు' ఉన్నాయి.

14. 66969996669696699669966 6 శ్రేణిలో ముందు 6, తర్వాత 6 ఉన్న 9 లు ఎన్ని ఉన్నాయి?

జవాబు: 3

వివరణ: ఇచ్చిన శ్రేణి 669699966696966996699666

ఎన్ని 9 లు మధ్యలో 9 ఉండి ముందు 6, తర్వాత 6 అంటే 696 అని అర్థం.

6 [696] 99966 [69 6] 96 [69966999666] మొత్తం 3 సందర్భాల్లో ఉన్నాయి.

15. 669699966696966996699666 శ్రేణిలో 6 తర్వాత వెంటనే 9 లు ఎన్ని ఉన్నాయి?

జవాబు: 6

వివరణ: ఇచ్చిన శ్రేణిలో 6 తర్వాత వెంటనే 9 అంటే 69 అని అర్థం

6 [69] [69] 9966 [69] [69] 6 [69] 96 [69] 9666

మొత్తం 6 సందర్భాల్లో ఉన్నాయి

16. 669699966696966996699666 శ్రేణిలో ముందు 9, తర్వాత 9 ఉన్న 6 లు ఎన్ని ఉన్నాయి?

జవాబు: 2

వివరణ: ఇచ్చిన నియమం ప్రకారం మధ్య 6 ఉండి, ముందు 9 తర్వాత 9 అంటే 969 అని అర్థం

66 [969] 99666 [969] 66996699666

మొత్తం 2 సందర్భాల్లో ఉన్నాయి

17. 669699966696966996699666 శ్రేణిలో 6 ల మొత్తం ఎంత?

జవాబు: 84

వివరణ: ఇచ్చిన శ్రేణిలో 6 ల మొత్తం అంటే అన్ని 6 లను కలపాలి.

6 6 9 6 9 9 9 6 6 6 9 6 9 6 6 9 9 6 6 9 9 6 6 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

మొత్తం 14 × 6 = 84 అవుతుంది.

18. 669699966696966996699666 శ్రేణిలో 6 ల మొత్తాన్ని 9 ల మొత్తం నుంచి తీసివేస్తే ఎంత?

జవాబు: 6

వివరణ: పై లెక్క నుంచి 6 ల మొత్తం = 84.

9 ల మొత్తం 10 × 9 = 90,

90 - 84 = 6 అవుతుంది.

19. 46 మంది విద్యార్థులున్న ఒక తరగతిలో అరుణ పైనుంచి కిందికి వస్తే 12వ ర్యాంకు. అయితే కింది నుంచి పైకి వస్తే ఆమె ర్యాంకు ఏది?

జవాబు: 35

వివరణ: తరగతిలో మొత్తం విద్యార్థులు 46. మొదటి నుంచి (పైనుంచి) అరుణ ర్యాంకు 12వది అంటే, ఆమె తర్వాత తరగతిలో ఉండే విద్యార్థులు = 46 - 12 = 34

కింది నుంచి (చివరి నుంచి) పైకి వస్తే ఆమె ర్యాంకు = 34 +1 = 35వ ర్యాంకు అవుతుంది.

20. 39 మంది ఉన్న ఒక తరగతిలో రవి సుమిత్ కంటే 7 ర్యాంకులు ముందున్నాడు. చివరి నుంచి సుమిత్ ర్యాంక్ పదిహేడు అయితే ప్రారంభం నుంచి రవి ర్యాంక్ ఎంత?

జవాబు: 16

వివరణ: Top ↓ to bottom రవి = 7వ ర్యాంకు

6
5
4
3
2
1

సుమిత్ = 17వ ర్యాంకు

16
15
'
'
'
2
1

Bottom ↑ to top

అంటే కిందినుంచి రవి 24వ ర్యాంకు కలిగి ఉన్నాడు.

అయితే ప్రారంభం నుంచి రవి ర్యాంకు = 39 - 24 = 15 + 1(రవి) = 16వ ర్యాంకులో ఉన్నాడు.

21. ఒక సంవత్సరంలో ఏ రెండు నెలలు ఒకే క్యాలెండర్‌ను కలిగి ఉంటాయి?

జవాబు: ఏప్రిల్, మే

వివరణ: ఒకే క్యాలెండర్ అంటే రెండు నెలలు ఒకే వారంతో మొదలుకావడం. అలా ఒకే వారంతోప్రారంభం కావాలంటే, రెండు నెలల మధ్య రోజులను 7 తో నిశ్శేషంగా భాగించగలగాలి.

a) జూన్ + జులై + ఆగస్టు + సెప్టెంబరు = 30 + 31 + 31 + 30 = 122. 122ను 7తో నిశ్శేషంగా భాగించలేం.

b) ఏప్రిల్ + మే + జూన్ + జులై + జూన్ ఆగస్టు + సెప్టెంబరు + జూన్ అక్టోబరు =30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 = 213. 213 ను 7 తో నిశ్శేషంగా భాగించలేం.

c) ఏప్రిల్ + మే + జూన్ = 30 + 31 + 30 = 91. 91ను 7తో నిశ్శేషంగా భాగించవచ్చు. కాబట్టి కావలసిన జవాబు

22. న్యూఢిల్లీ రైల్వే స్టేషన్ నుంచి ప్రతి రెండున్నర గంటలకు ఒక రైలు లక్నో వెళుతుంది. లక్నోకు రైలు వెళ్లి 40 నిమిషాలయిందని ప్రకటించారు. తర్వాతి రైలు 18:00 గంటలకు ఉంది. అయితే అనౌన్స్‌మెంట్ ఏ సమయంలో చేశారు?

జవాబు: 16:10 గంటలు

వివరణ: తర్వాతి రైలు 18.00 గంటలకు. అంటే దానికంటే ముందు రైలు 2 1/2 గంటల ముందు వెళ్లింది. అప్పుడు సమయం 15.30 గంటలు. రైలు వెళ్లి 40 నిమిషాలైనట్లు ప్రకటించారు.

15.30 + 0.40 = 16.10 కాబట్టి, జవాబు 16:10 గంటలు

**** All the Best****